

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 15

DISCIPLINA 12.º ANO

Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 4: Resolução de Problemas



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Probabilidades e Cálculo Combinatório

Ao longo deste tema já trabalhaste com problemas de contagem, cálculo combinatório e probabilidades. Agora propomos-te que resolvas problemas.



O QUE VOU APRENDER?

Probabilidades:

- 1) Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;
- 2) Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- 3) Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- 4) Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
 - 4.1) probabilidade do acontecimento contrário;
 - 4.2) probabilidade da diferença de acontecimentos;
 - 4.3) probabilidade da união de acontecimentos;
- 5) Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes.

Referencial de Educação para a Saúde, DGE: Alimentação, nutrição e saúde.

- 6) Relacionar a alimentação com a prevenção e desenvolvimento das principais doenças crónicas (diabetes, doença cardiovascular e oncológica).

Referencial de Educação para a Saúde, DGE: O Ciclo do alimento – do produtor ao consumidor.

- 7) Identificar fatores que influenciam o produto alimentar antes de chegar à mesa do consumidor: a produção agrícola, transformação industrial e a distribuição.



COMO VOU APRENDER?

GTA 15: Resolução de problemas.

GTA 16: O açúcar em excesso causa obesidade e várias outras doenças?

GTA 17: Autoavaliação

Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

Subtema 4: Resolução de problemas



GTA 15: Resolução de problemas

Objetivos: Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;

- Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- Conhecer e usar propriedades das probabilidades;
- Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes.

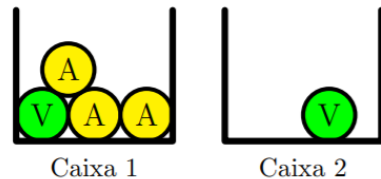
Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais: caderno diário, manual escolar e *internet*.

ITEM 1:

Uma caixa 1 tem uma bola verde e três bolas amarelas.

Uma caixa 2 tem apenas uma bola verde.



Considera a experiência que consiste em tirar, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa 1, colocá-las na caixa 2 e, em seguida, tirar, também ao acaso, uma bola da caixa 2.

Sejam V e M os acontecimentos:

M : “As bolas retiradas da caixa 1 têm a mesma cor”

V : “A bola retirada da caixa 2 é verde”

Indica o valor da probabilidade condicionada $P(V|\bar{M})$.

Adaptado de *Teste Intermédio 12.º ano – 2008*

ITEM 2:

De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:

- 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
- os restantes funcionários residem em Coimbra.

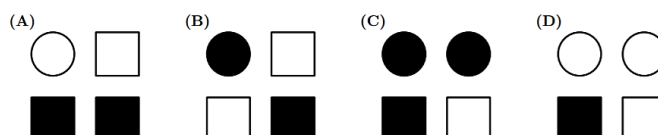
Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa.

Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2015, 1.ª Fase

ITEM 3:

Em cada uma das opções, A, B, C e D, estão representadas 4 figuras.





Para cada opção, considera a experiência que consiste na escolha aleatória de uma das 4 figuras e os acontecimentos:

X : “A figura escolhida é um quadrado”

Y : “A figura escolhida está pintada de preto”

Em qual das opções se tem $P(X|Y) = \frac{1}{2}$?

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano - 2005, 2.ª fase, IAVE

ITEM 4:

Uma escola secundária tem apenas turmas de 10.º, 11.º e 12.º anos.

Sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos alunos do 10.º ano são rapazes;
- $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
- $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10.º ano.

Qual é a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, ser uma rapariga e não frequentar o 10.º ano?

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2019, 2.ª Fase, IAVE

ITEM 5:

Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos.

Sabe-se que:

- $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;
- escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$.

Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2017, 1.ª Fase, IAVE

ITEM 6:

Seja S o conjunto de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).

Sabe-se que:

- $P(A \cap B) = 0,1$
- $P(A \cup B) = 0,8$
- $P(A|B) = 0,25$

Prova que A e \bar{A} são acontecimentos equiprováveis.

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2003, 2.ª Fase, IAVE

Conseguiste resolver as tarefas sem ajuda? Ainda tens dúvidas?

Analisa as propostas de resolução dos teus colegas! Se necessário, **repete** a resolução das tarefas.

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **confronta** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

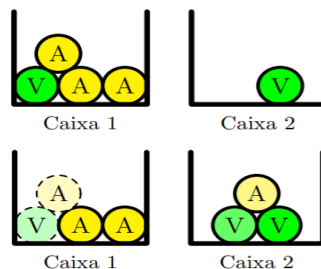
ITEM 1:

$P(V|\bar{M})$: probabilidade da bola retirada da caixa 2 ser verde sabendo que as bolas retiradas da caixa 1 **não tinham a mesma cor**

Se as bolas retiradas da caixa 1 não tinham a mesma cor, isso significa que uma era amarela e a outra verde.

Assim, após estas duas bolas serem colocadas na caixa 2, esta caixa passou a ter 2 bolas verdes e 1 amarela.

Assim: $P(V|\bar{M}) = \frac{2}{3}$ → n.º de bolas verdes
→ n.º total de bolas na caixa 2



ITEM 2:

Consideremos os seguintes acontecimentos:

C : “Residir em Coimbra”

H : “Ser um homem”

$$P(\bar{C}) = 0,6 \quad \text{e} \quad P(C) = 1 - 0,6 = 0,4$$

$$P(H) = P(\bar{H}) \text{ então, } P(H) = P(\bar{H}) = 0,5$$

$$P(\bar{C}|H) = 0,3$$

Resolução 1:

Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?

$$P(\bar{C}|H) = 0,3 \Leftrightarrow \frac{P(\bar{C} \cap H)}{P(H)} = 0,3 \Leftrightarrow \frac{P(\bar{C} \cap H)}{0,5} = 0,3 \Leftrightarrow P(\bar{C} \cap H) = 0,3 \times 0,5$$

$$\Leftrightarrow P(\bar{C} \cap H) = 0,15$$

Resolução 2:

Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra?

	H	\bar{H}	Total
C	0,35	0,05	0,4
\bar{C}	0,15	0,45	0,6
Total	0,5	0,5	1

$$0,5 - 0,15 = 0,35$$

$$0,4 - 0,35 = 0,05$$

$$0,5 - 0,05 = 0,45$$

$$\text{Pretende-se determinar: } P(\bar{H}|C) = \frac{P(\bar{H} \cap C)}{P(C)} = \frac{0,05}{0,4} = \frac{1}{8}$$

Resposta: A probabilidade de ser mulher sabendo que reside em Coimbra é $\frac{1}{8}$



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

De uma forma geral, tem-se:

	B	\bar{B}	Total
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(A)$
\bar{A}	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{A})$
Total	$P(B)$	$P(\bar{B})$	1

ITEM 3:

Em qual das opções se tem $P(X|Y) = \frac{1}{2}$?

$P(X|Y) = \frac{1}{2}$ significa que, das figuras pintadas de preto, metade são quadrados.

Resposta: opção (B)

ITEM 4:

Sabe-se que:

- $\frac{3}{5}$ dos alunos do 10.º ano são rapazes;
- $\frac{11}{21}$ dos alunos da escola são rapazes;
- $\frac{1}{7}$ dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10.º ano.

Consideremos os seguintes acontecimentos:

R : “Ser rapaz”

F : “Frequentar o 10.º ano”

$$P(R|F) = \frac{3}{5} \quad P(R) = \frac{11}{21} \quad P(R \cap F) = \frac{1}{7}$$

Qual é a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, ser uma rapariga e não frequentar o 10.º ano?

$$P(\bar{R}) = 1 - \frac{11}{21} = \frac{10}{21}$$

$$P(R|F) = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{P(R \cap F)}{P(F)} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{7}}{P(F)} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow P(F) = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{5}} \Leftrightarrow P(F) = \frac{5}{21}$$

	F	\bar{F}	Total
R	$\frac{1}{7}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{11}{21}$
\bar{R}		$\frac{8}{21}$	$\frac{10}{21}$
Total	$\frac{5}{21}$	$\frac{16}{21}$	1

$$P(\bar{F}) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$$

$$\frac{11}{21} - \frac{1}{7} = \frac{8}{21}$$

$$P(\bar{R} \cap \bar{F}) = \frac{8}{21}$$

$$\frac{16}{21} - \frac{8}{21} = \frac{8}{21}$$



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

ITEM 5:

Consideremos os seguintes acontecimentos:

R : “Ser rapaz”

V : “Ter olhos verdes”

$$P(V|R) = \frac{1}{4} = 0,25 \qquad P(R \cap V) = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$P(V|R) = 0,25 \Leftrightarrow \frac{P(V \cap R)}{P(R)} = 0,25 \Leftrightarrow \frac{0,1}{P(R)} = 0,25 \Leftrightarrow P(R) = \frac{0,1}{0,25} \Leftrightarrow P(R) = 0,4$$

Então, 40% dos alunos são rapazes.

$$20 \times 0,4 = 8 \text{ rapazes}$$

Resposta: opção (B)

ITEM 6:

$$P(A|B) = 0,25 \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,25 \Leftrightarrow \frac{0,1}{P(B)} = 0,25 \Leftrightarrow P(B) = \frac{0,1}{0,25}$$

$$\Leftrightarrow P(B) = 0,4$$

$$P(A \cup B) = 0,8 \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8$$

$$\Leftrightarrow P(A) + 0,4 - 0,1 = 0,8 \Leftrightarrow P(A) = 0,5$$

Então: $P(A) = P(\bar{A}) = 0,5$ **A e \bar{A} são equiprováveis**



O QUE APRENDI?

Já sabes quais são as propriedades das probabilidades?

És capaz de resolver problemas envolvendo...

- a probabilidade do acontecimento contrário?
- a probabilidade da diferença de acontecimentos?
- a probabilidade da união de acontecimentos?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [videoaula 14](#) onde encontras os exercícios explicados pela professora Cristina Negra.



Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Probabilidades”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Explora a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em estudoautonomo.dge.mec.pt:

[Videoaula 14 | Resolução de problemas envolvendo a probabilidade condicionada](#)

[Videoaula 15 | Probabilidade condicionada - Propriedades das probabilidades](#)

[Videoaula 16 | Probabilidade condicionada e acontecimentos independentes](#)

[Acontecimentos](#)

[Regra de Laplace](#)

[Experiência aleatória](#)

[Probabilidades: O jogo da lebre e da tartaruga](#)

[Probabilidade condicionada](#)

Outros recursos:

lave.pt

[Khan Academy](#)