

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 2

MATEMÁTICA A 12.º ANO

Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 1: Problemas de contagem



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Problemas de contagem

Hoje em dia, na nossa vida, os acessos seguros a telemóveis, contas bancárias, assinatura digital, entre outros, têm um *pin* ou várias formas de validação. Sabes o que é o Princípio Fundamental de Contagem? Vem descobrir!



O QUE VOU APRENDER?

Cálculo combinatório:

- 1) Resolver problemas de contagem.
- 2) Utilizar o Princípio Fundamental de Contagem.
- 3) Resolver problemas envolvendo arranjos com e sem repetição.
- 4) Resolver problemas envolvendo permutações e fatorial de um número inteiro não negativo.



COMO VOU APRENDER?

GTA 1: Em que consiste o sistema Braille?

GTA 2: O que é o Princípio Fundamental de Contagem?

GTA 3: O que são Arranjos com e sem repetição?

GTA 4: O que são Permutações?

GTA 5: O que são Permutações e fatorial de um número inteiro não negativo?

Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

Subtema 1: Problemas de contagem



GTA 2: O que é o Princípio Fundamental de Contagem?

Objetivo: Resolver problemas recorrendo ao Princípio Fundamental de Contagem.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais : Caderno diário, manual escolar e internet.

TAREFA 1: Qual é o *pin*?

Hoje em dia, na nossa vida, os acessos seguros a telemóveis, contas bancárias, assinatura digital, entre outros, têm um *pin* e/ou várias formas de validação.

Pensa num *pin* de quatro algarismos, escolhidos de entre os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Quantos *pins* diferentes, cada um constituído por uma sequência de quatro algarismos, é possível formar? Enquanto procuras a resposta, **descreve** no caderno diário o teu raciocínio.

Compara a tua resposta com as respostas dos teus colegas.

TAREFA 2: O que vou vestir hoje?

De manhã, a Ana veste-se para ir para a escola.

Tem disponíveis três camisolas, dois pares de calças e dois pares de sapatos.

De quantas maneiras diferentes pode ir vestida, sabendo que escolhe uma camisola, umas calças e um par de sapatos? Enquanto procuras a resposta, **descreve** no caderno diário o teu raciocínio.

Compara a tua resposta com as respostas dos teus colegas.



TAREFA 3:

Na figura 1 estão representados:

- o rio que atravessa certa localidade;
- uma ilha situada no leito desse rio;
- as oito pontes (5 vermelhas e 3 azuis) que ligam a ilha às margens.



Figura 1 - Imagem

Considera **H** representa a habitação e **E** a escola de um jovem dessa localidade. Para efetuar o percurso de **ida** (casa-ilha-escola) e **volta** (escola-ilha-casa), o jovem pode seguir vários caminhos, que diferem uns dos outros pela sequência de pontes utilizadas.

Quantos caminhos diferentes pode o jovem seguir, num percurso, de **ida e volta**, sem passar duas vezes pela mesma ponte?

Adaptado de Prova Modelo – 1998, IAVE

Partilha, com um colega teu, o raciocínio que utilizas para responder à pergunta. Quando terminares, **compara** a tua resposta com a dos restantes colegas.

Posso ajudar? O jovem deve efetuar o percurso casa-ilha-escola-ilha-casa sem repetir pontes:

$$\underbrace{5 \times 3}_{1^{\text{a}} \text{ ponte} \quad 2^{\text{a}} \text{ ponte}} \times \underbrace{2 \times 4}_{3^{\text{a}} \text{ ponte diferente} \quad 4^{\text{a}} \text{ ponte diferente}} = 120$$

Ida **Volta**

Dica para te ajudar a responder às tarefas 1 e 2:

Relembra o “Princípio Fundamental de Contagem” e **copia-o** para o teu caderno diário.

Sejam A_1, A_2, \dots, A_k , k conjuntos, cada um deles com n_1, n_2, \dots, n_k elementos, respetivamente.

Então, o número de elementos do conjunto de todas as coleções de k elementos, escolhidos, um de cada um dos conjuntos A_1, A_2, \dots, A_k , é dado por:

$$n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$$



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Aplicando o princípio fundamental de contagem:

TAREFA 1

Um *pin* apresenta a seguinte configuração: **A A A A**

Se considerarmos os 10 algarismos temos: $\underbrace{10}_A \times \underbrace{10}_A \times \underbrace{10}_A \times \underbrace{10}_A = 10^4 = 10\,000$

Resposta: São possíveis 10 000 *pins* diferentes.

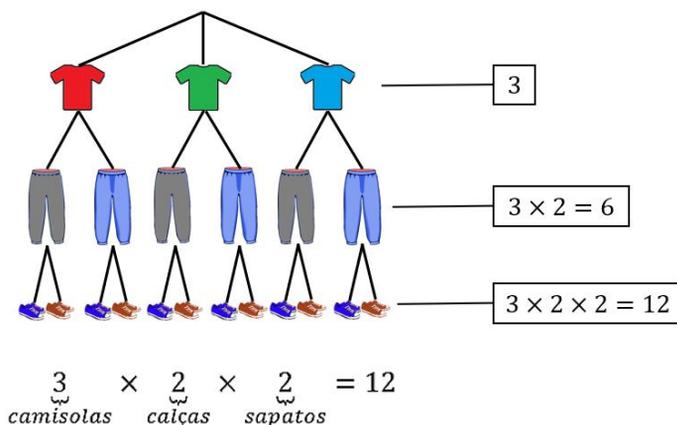
TAREFA 2

Para responder à questão vamos esquematizar a situação:

A Ana tem 3 camisolas, vamos supor, vermelha, verde e azul e duas calças, cinzentas e azuis, e dois pares de sapatos, azuis e castanhos.



Para calcular o número de formas diferentes de escolher as três peças (uma camisola, umas calças e um par de sapatos), escolhendo uma de cada, sugerimos que se construam diagrama de árvore.



Começando pelas camisolas, temos vermelho, verde e azul, 3 hipóteses, conjugando com as calças temos, para cada camisola, calças cinzentas ou azuis, ou seja, $2 \times 3 = 6$ maneiras.



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

E finalmente, temos para cada 6 destas maneiras, duas possibilidades de sapatos, azuis ou castanhos, o que perfaz um total de $3 \times 2 \times 2 = 12$ maneiras diferentes da Ana se vestir para ir para a escola.

Percebemos que o número de conjugações possíveis resulta do produto das diferentes peças de roupa por categoria: $\underset{\text{camisolas}}{3} \times \underset{\text{calças}}{2} \times \underset{\text{sapatos}}{2} = 12$.

O diagrama de árvore permite-nos compreender o raciocínio envolvido e generalizar a outras situações do mesmo tipo. Repara que se o número de peças de vestuário fosse muito maior, a construção do diagrama de árvore seria impraticável.



O QUE APRENDI?

Já sabes em que consiste o Princípio Fundamental de Contagem?

És capaz de resolver problemas recorrendo ao Princípio Fundamental de Contagem?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Analisa as tuas propostas de resolução. Se necessário, **repete** a resolução das tarefas.

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Problemas de contagem”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Visualiza a [Videoaula 1 | Contagens](#) para esclarecer as tuas dúvidas.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Explora a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em estudoemcasaapoia.dge.mec.pt:

[Videoaula 2 | Arranjos e permutações](#)

Outros recursos:

lave.pt

[Khan Academy](#)