

# GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 3

## MATEMÁTICA A 12.º ANO

### Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 1: Problemas de contagem



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A  
APRENDIZAGEM?



## PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

### Problemas de contagem

De quantas maneiras diferentes se podem sentar quatro de oito pessoas em quatro cadeiras seguidas? De quantas formas diferentes te podes deslocar para a escola, utilizando um transporte diferente em cada um dos cinco dias da semana? E que relação tem com a matemática? Sabes o que são arranjos?

Vem descobrir!



## O QUE VOU APRENDER?

### Cálculo combinatório:

- 1) Resolver problemas de contagem.
- 2) Utilizar o Princípio Fundamental de Contagem.
- 3) Resolver problemas envolvendo arranjos com e sem repetição.
- 4) Resolver problemas envolvendo permutações e fatorial de um número inteiro não negativo.



## COMO VOU APRENDER?

GTA 1: Em que consiste o sistema Braille?

GTA 2: O que é o Princípio Fundamental de Contagem?

**GTA 3: O que são arranjos com e sem repetição?**

GTA 4: O que são Permutações?

GTA 5: O que são Permutações e fatorial de um número inteiro não negativo?

## Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

## Subtema 1: Problemas de contagem



## GTA 3: O que são arranjos com e sem repetição?

**Objetivo:** Resolver problemas com arranjos.

**Modalidade de trabalho:** Pares ou pequenos grupos.

**Recursos e materiais:** caderno diário, manual escolar, um baralho completo de 52 cartas e internet.

## TAREFA 1: Como vou para a escola?

O João pode ir para a escola no carro do pai, de camioneta ou de comboio.

De quantas formas diferentes pode ele ir para a escola nos cinco dias de uma semana?

**Pensa** numa estratégia de resolução e **compara-a** com as estratégias dos teus colegas.

## Podemos ajudar?

Em cada um dos 5 dias, de uma semana, o João tem 3 opções de transporte para ir para a escola.

Pretende-se o número de sequências de cinco elementos, podendo, obviamente, haver repetição.



Então, podemos concluir que há  $3^5 = 243$  formas diferentes do João ir para a escola.

**Lembra-te**, pretende-se determinar o número de sequências diferentes que é possível obter e, mais uma vez, os elementos podem repetir-se. Por exemplo, uma sequência pode ser (carro, comboio, carro, comboio, comboio).

**Tem** atenção que a ordem é relevante dado que a sua alteração origina uma sequência diferente.

## TAREFA 2:

**Procura** no teu manual escolar a definição de **arranjos com repetição** e **copia-a** para o teu caderno diário.

Dado um conjunto com  $n$  elementos, o número de sequências de  $p$  elementos, não necessariamente distintos, escolhidos desse conjunto é igual a  $n^p$ .

A este número dá-se o nome de **arranjos com repetição de  $n$  elementos  $p$  a  $p$**  e representa-se por  ${}^n A'_p$ .

$${}^n A'_p = n^p$$



### Exemplo 1:

Um dado cúbico com faces numeradas de 1 a 6 é lançado dez vezes consecutivas.

Registam-se, por ordem de saída, os números da face voltada para cima em cada lançamento, obtendo-se um número com dez algarismos.

Quantos números diferentes é possível obter nesta experiência?

**Observa:** como para cada lançamento temos 6 possibilidades e pode haver repetição, trata-se de **arranjos com repetição de 6 elementos 10 a 10**.

$${}^6A_{10} = 6^{10} = 60\,466\,176$$

Atenção, a resolução não tem de ser feita obrigatoriamente com esta escrita simbólica.

Podem simplesmente escrever  $6^{10}$  ou até, **embora não seja muito prático**,  $6 \times 6 \times \dots$  (6 multiplicado por ele próprio 10 vezes).

### Exemplo 2:

De quantas maneiras diferentes se podem sentar quatro de oito pessoas em quatro cadeiras seguidas?

**Observa:** Cada uma das oito pessoas pode sentar-se em qualquer um dos quatro lugares, mas não pode haver repetições (uma pessoa por cadeira).



$$8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1\,680$$

**Repara** que nesta situação também se pretende o número de sequências de 4 pessoas escolhidas de entre 8, mas **não pode haver repetições**. O número de fatores (4) corresponde ao número de elementos da sequência que se quer formar.

**Procura** no teu manual escolar a definição de **arranjos sem repetição** e **copia-a** para o teu caderno diário.

Dado um conjunto com  $n$  elementos, o número de sequências de  $p$  elementos, sem repetição, escolhidos desse conjunto denomina-se **arranjos (sem repetição) de  $n$  elementos  $p$  a  $p$**  ( $n \geq p$ ). Este número representa-se por  ${}^nA_p$  e é igual a

$${}^nA_p = n \times (n - 1) \times \dots \times (n - p + 1)$$



### TAREFA 3: No teu manual escolar

**Procura** os temas «Arranjos sem repetição» e «Arranjos com repetição».

**Explora** os exemplos de exercícios resolvidos e **repete-os** sem olhar para a resolução.

**Resolve** outros exercícios sobre estes temas. **Partilha** as tuas resoluções com os teus colegas.

**Autoavalia** a tua aprendizagem resolvendo a tarefa seguinte.

### TAREFA 4: Cartas lado a lado

De um baralho completo de 52 cartas extraem-se sucessivamente cinco cartas e colocam-se lado a lado, da esquerda para a direita.

Quantas sequências se podem formar:

- sem quaisquer restrições?
- em que a carta do meio seja o ás de espadas?

**Compara** a tua estratégia de resolução com as estratégias dos teus colegas.

**Realiza** novamente as atividades propostas neste guião, reforçando as aprendizagens em relação as quais tens dúvidas.

**Estuda** com um colega de turma para consolidares a tua aprendizagem.



## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

### TAREFA 4: Cartas lado a lado

Pega no teu baralho completo de 52 cartas.

- Pretende-se o número de sequências de 5 cartas escolhidas de entre 52, não havendo repetição.

$$\begin{aligned} {}^{52}A_5 &= 52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48 = \\ &= 311\,875\,200 \end{aligned}$$

- Neste caso, a carta do meio é fixa e apenas 4 cartas podem variar, criando diferentes sequências.



## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

**Relembra** que não é obrigatório utilizar a escrita simbólica, podes, se assim o entenderes, indicar o produto.

$$\underline{51} \times \underline{50} \times \underline{1} \times \underline{49} \times \underline{48}$$

↓  
ás de espadas

$${}^{51}A_4 = 51 \times 50 \times 49 \times 48 = 5\,997\,600$$



## O QUE APRENDI?

Já sabes o que são Arranjos com e sem repetição?

És capaz de...

- resolver problemas envolvendo arranjos com repetição?
- resolver problemas envolvendo arranjos sem repetição?

Conseguiste resolver as tarefas sem ajuda? Ainda tens dúvidas?

**Analisa** as tuas propostas de resolução. Se necessário, **repete** a resolução das tarefas.

**Procura**, no teu manual escolar, os exercícios resolvidos sobre o tema “Arranjos”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **confronta** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

**Visualiza** a [Videoaula 2 | Arranjos e permutações](#) para esclarecer as tuas dúvidas.



## COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

**Explora** a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em [estudoemcasaapoia.dge.mec.pt](http://estudoemcasaapoia.dge.mec.pt):

[Videoaulas 3 | Arranjos com e sem repetição. Permutações e fatorial de um número inteiro não negativo](#)

Outros recursos:

[lave.pt](http://lave.pt)

[Khan Academy](https://www.khanacademy.com)