

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 22

MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 3: Geometria

Subtema 2: Resolução de problemas de geometria sintética no plano



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Pontos notáveis de um triângulo

Vem aprender a definir e trabalhar com a reta de Euler.



O QUE VOU APRENDER?

- Verificar a existência da reta de Euler.



COMO VOU APRENDER?

GTA 21: Circunferência dos nove pontos

GTA 22: Reta de Euler

Tema 3: Geometria

Subtema 2: Resolução de problemas de geometria sintética no plano



GTA 22: Reta de Euler

Objetivo:

- Verificar a existência da reta de Euler e da circunferência dos nove pontos.
- Localizar os pontos notáveis em triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e em triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos

Recursos e materiais: caderno diário, manual escolar, calculadora gráfica, ambiente de geometria dinâmica (AGD) e *internet*.

Responde às questões que se seguem. Depois, **compara** a tua resposta com as dos teus colegas.

Consulta o teu manual escolar para perceber como podes usar o GeoGebra (GGB) (<https://www.geogebra.org/geometry>) ou outro AGD para responder a esta tarefa e às seguintes.

TAREFA 1

Já sabes que:

- O incentro de um triângulo é o ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos internos do triângulo.
- O circuncentro de um triângulo é o ponto de interseção das mediatrizes dos três lados do triângulo.
- O ortocentro de um triângulo é o ponto de interseção das retas suporte das alturas do triângulo.
- O baricentro de um triângulo é o ponto de interseção das medianas do triângulo.

1. **Abre** o ficheiro do GeoGebra em <https://www.geogebra.org/m/hu5qkvrn>



2. Os pontos P1, P2, P3 e P4, apresentados na construção, são pontos notáveis do triângulo. **Faz corresponder** cada um destes pontos com a respetiva designação (baricentro, circuncentro, incentro e ortocentro).
3. Três desses pontos notáveis aparentam ser colineares. Quais? Serão sempre colineares?

Adaptada de: https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-07/mat_a_coletanea_de_tarefas_de_geometria_sintetica.pdf



TAREFA 2

Usa a apliqueta da tarefa 1 (<https://www.geogebra.org/m/hu5qkvrn>) para responderes às questões que se seguem.



Altera os vértices do triângulo, de modo a obteres triângulos equiláteros, isósceles, escalenos, acutângulos, retângulos e obtusângulos.

Observa que três dos pontos notáveis do triângulo são colineares. **Quais?**

TAREFA 3

Já sabes que, em qualquer triângulo acutângulo não equilátero ou obtusângulo, o ortocentro, o baricentro e o circuncentro são colineares. À reta que contém esses três pontos chama-se **Reta de Euler**.

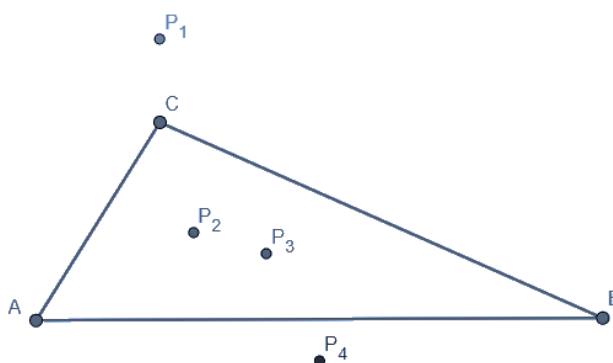
1. **Abre** uma folha de trabalho GeoGebra e desenha um triângulo qualquer. **Constrói** o baricentro, o ortocentro e o circuncentro do triângulo.
2. **Mede** as distâncias entre o baricentro e o ortocentro e entre o baricentro e o circuncentro. **Qual é relação** que te parece existir entre estas duas distâncias?

Adaptada de: https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-07/mat_a_coletanea_de_tarefas_de_geometria_sintetica.pdf

TAREFA 4

Autoavalia a tua aprendizagem e **responde** à questão que se segue.

Na figura seguinte, está representado um triângulo $[ABC]$ e os seus quatro pontos notáveis que estudámos.



1. **Qual** dos pontos assinalados é o incentro?

(A) P1 (B) P2 (C) P3 (D) P4

2. Sabendo que a distância entre o circuncentro e o baricentro é 0,6 cm, **determina** as distâncias entre o ortocentro e o circuncentro.



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 1

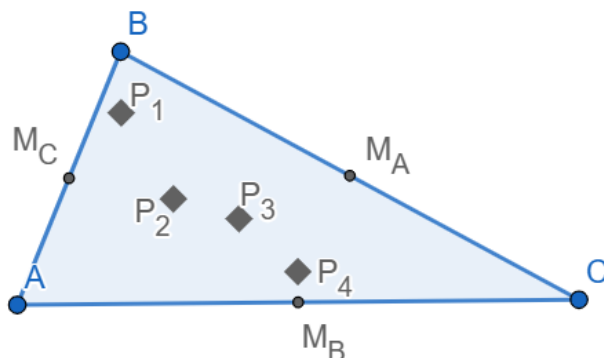
P1 – ortocentro

P2 – incentro

P3 – baricentro

P4 – circuncentro

Três pontos notáveis do triângulo são sempre colineares: o ortocentro, o baricentro e o circuncentro.

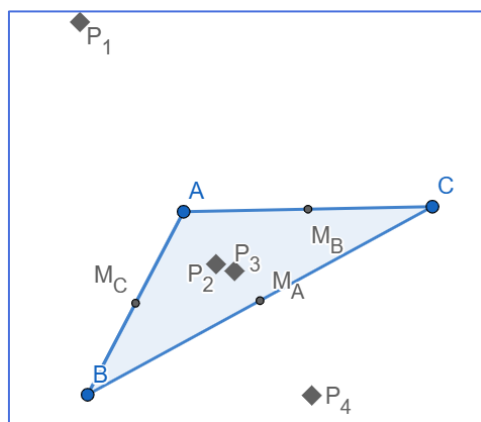
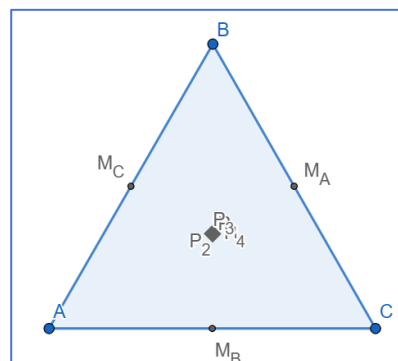
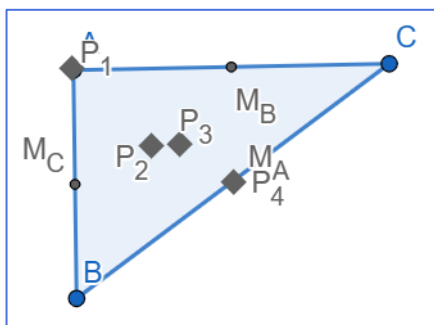
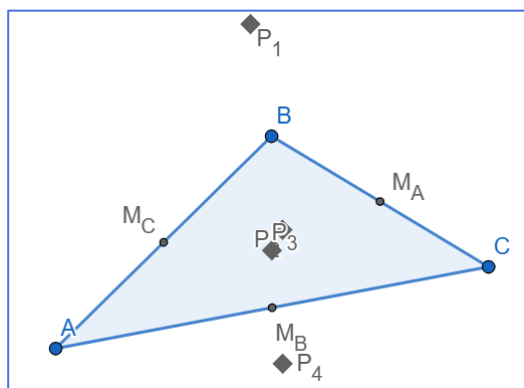


TAREFA 2

Nas figuras-seguintes estão representados triângulos: equilátero, isósceles, escaleno, acutângulos, retângulo e obtusângulos.

Conclui-se que, em qualquer triângulo acutângulo não equilátero ou obtusângulo, o ortocentro, o baricentro e o circuncentro são colineares.

No triângulo equilátero, os pontos notáveis são coincidentes.

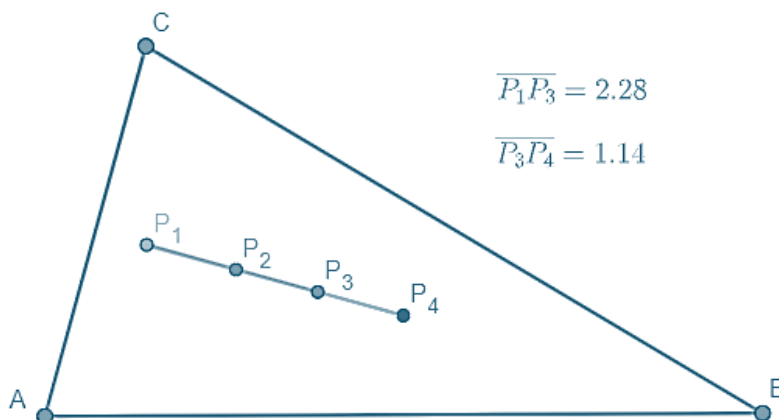




PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 3

Na figura seguinte está apresentada uma possível construção.



A distância do ortocentro ao baricentro ($\overline{P_1P_3}$) é o dobro da distância do baricentro ao circuncentro ($\overline{P_3P_4}$).

TAREFA 4

1. (B)

Dos pontos que estudámos, o incentro é o único que não é colinear com os restantes (o ortocentro, o baricentro e o circuncentro pertencem à reta de Euler).

2. Sabemos que:

- P_1 é o ortocentro, P_3 é o baricentro e P_4 é o circuncentro.
- A distância entre o ortocentro e o circuncentro ($\overline{P_1P_4}$) é igual à soma das distâncias entre o circuncentro e o baricentro ($\overline{P_3P_4}$) e entre o ortocentro e o baricentro ($\overline{P_1P_3}$).
- A distância do ortocentro ao baricentro ($\overline{P_1P_3}$) é o dobro da distância do baricentro ao circuncentro ($\overline{P_3P_4}$).

Assim, $\overline{P_1P_3} = 2 \times 0,6 = 1,2 \text{ cm}$ e a distância pedida, $\overline{P_1P_4}$, é $0,6 + 1,2 = 1,8 \text{ cm}$



O QUE APRENDI?

És capaz de ...

- verificar a existência da reta de Euler e da circunferência dos nove pontos?
- localizar os pontos notáveis em triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e em triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Geometria sintética”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Se quiseres saber mais, **podes consultar**

Geometria Sintética do Plano:

<https://www.atractor.pt/mat/GeometriaSTriangulo/index.html>



Reta de Euler:

<https://www.atractor.pt/mat/GeometriaSTriangulo/reta-de-Euler.html>

