

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 9

DISCIPLINA 12.º ANO

Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 2: Cálculo Combinatório



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Cálculo combinatório

Pascal e Newton, conheces? E que relação têm com a matemática?

Vem descobrir!



O QUE VOU APRENDER?

Cálculo combinatório:

1) Resolver problemas envolvendo o Cálculo combinatório.

2) Resolver problemas envolvendo:

2.1 o Triângulo de Pascal e as suas propriedades.

2.2 o desenvolvimento do Binómio de Newton.



COMO VOU APRENDER?

GTA 6: Qual o melhor sumo de fruta?

GTA 7: Resolução de problemas.

GTA 8: Resolução de problemas.

GTA 9: Newton ou Pascal?

Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

Subtema 2: Cálculo Combinatório



GTA 9: Newton ou Pascal?

Objetivo: Resolver problemas envolvendo:

- o Triângulo de Pascal e as suas propriedades;
- o desenvolvimento do Binómio de Newton.

Modalidade de trabalho: Pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais : caderno diário, manual escolar, um baralho de 52 cartas e internet.

TAREFA 1: Newton ou Pascal?

“O binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo. O que há é pouca gente para dar por isso.”

Álvaro de Campos, heterónimo de Fernando Pessoa.

Sabes o que é o Triângulo de Pascal? E o binómio de Newton? Vem descobrir!

Etapa 1:

Visiona o vídeo que nos fala deste famoso triângulo e das suas propriedades. **Coloca** as legendas em português.



[The Mathematical Secrets of Pascal's Triangle](#)

TED-Ed Wajdi Mohamed Ratemi

Voz: Emanuel Martinho

Etapa 2:

Abre um *software* com Cálculo Algébrico Simbólico (CAS), por exemplo, o do Geogebra.

Explora o desenvolvimento do Binómio de Newton.

Encontra regularidades e **compara-as** com o Triângulo de Pascal.

Recorre ao vídeo produzido pelo professor Paulo Correia, do AE de Alcácer do Sal e esclarece as tuas dúvidas.



[Binómio de Newton, no Geogebra](#)



TAREFA 2:

.... 36 a 126
.... 120 b

Considera duas linhas consecutivas de um triângulo de Pascal que reproduzem alguns elementos:

Indica o valor de b .

- (A) 164 (B) 198 (C) 210 (D) 234

Prova Modelo – 1999, IAVE

TAREFA 3:

O terceiro elemento de uma linha do triângulo de Pascal é 61 075.

A soma dos três primeiros elementos dessa linha é 61 426.

Qual é a **soma dos três últimos elementos da linha seguinte?**

- (A) 61 425 (B) 61 426 (C) 61 777 (D) 122 501

Exame Nacional 12.º ano – 2011. Época especial, IAVE

TAREFA 4:

A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 21.

Qual é a soma dos **três primeiros elementos dessa linha?**

- (A) 121 (B) 151 (C) 181 (D) 211

Exame Nacional 12.º ano – 2001, 1.ª Fase- 2.ª chamada, IAVE

TAREFA 5:

Determina o coeficiente do termo x^4 no desenvolvimento de $(x - 3)^7$.

TAREFA 6:

Qual é o termo independente do desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x} + x\right)^{10}$, com $x \neq 0$?

- (A) 10 240 (B) 8 064 (C) 1 024 (D) 252

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2014, 2.ª fase, IAVE

Explora os exemplos de exercícios resolvidos e **repete-os** sem olhar para a resolução. Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [videoaula 8](#).





PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 2:

$$36 + a = 120 \Leftrightarrow a = 84$$

$$\text{Como } a + 126 = b \text{ tem-se, } 84 + 126 = b \Leftrightarrow 210 = b$$

Resposta: Opção (C).

TAREFA 3:

Considerando o 2.º elemento dessa linha igual a x , e sabendo que o 1.º é sempre 1, tem-se:

$$1 + x + 61\,075 = 61\,426 \Leftrightarrow x = 61\,416 - 61\,076 \Leftrightarrow x = 350$$

1	350	61 075	...
1	351	61 425	...

Como a soma dos 3 últimos elementos é igual à soma dos 3 primeiros:

$$1 + 351 + 61\,425 = 61\,777$$

Resposta: Opção (C).

TAREFA 4:

- ✓ Como o último elemento é 1 e a soma dos dois últimos é 21, conclui-se que o penúltimo (e o segundo) elemento é igual a 20.
- ✓ Se o penúltimo (e o segundo) elemento é igual a 20, então trata-se da linha de ordem 20.
- ✓ A soma dos três primeiros elementos da linha de ordem 20 é igual a:

$${}^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 = 1 + 20 + 190 = 211$$

Resposta: Opção (D).

TAREFA 5: Um termo genérico do desenvolvimento é ${}^7C_p x^{7-p}(-3)^p$

Como se pretende o coeficiente do termo x^4 tem-se:

$$7 - p = 4 \Leftrightarrow p = 3$$

Substituindo, obtemos:

$${}^7C_3 x^4 (-3)^3 = 35 \times (-27) x^4 = -945x^4$$

Resposta: O coeficiente do termo x^4 é igual a -945.

TAREFA 6:

Um termo genérico deste desenvolvimento é: ${}^{10}C_p \left(\frac{2}{x}\right)^{10-p} x^p$

$${}^{10}C_p \left(\frac{2}{x}\right)^{10-p} x^p = {}^{10}C_p \times 2^{10-p} \frac{x^p}{x^{10-p}} = {}^{10}C_p \times 2^{10-p} x^{p-(10-p)}$$

Pretende-se que: $p - (10 - p) = 0 \Leftrightarrow 2p = 10 \Leftrightarrow p = 5$

Então, o termo independente é: ${}^{10}C_5 \times 2^5 = 252 \times 32 = 8\,064$

Resposta: Opção (C).



O QUE APRENDI?

Já sabes em que consiste O Triângulo de Pascal e o Binómio de Newton?

És capaz de resolver problemas envolvendo:

- o Triângulo de Pascal e as suas propriedades;
- o desenvolvimento do Binómio de Newton?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Analisa as tuas propostas de resolução. Se necessário repete a resolução das tarefas.

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Combinações”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Explora a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em estudoemcasaapoia.dge.mec.pt:

[Videoaula 6 | Cálculo combinatório: resolução de problemas](#)

[Videoaula 7 | Triângulo de Pascal](#)

[Videoaula 8 | Binómio de Newton e Triângulo de Pascal](#)

[Binómio de Newton](#)

[Triângulo de Pascal](#)

[Cálculo combinatório com a calculadora gráfica](#)

Outros recursos:

[lave.pt](#)

[Khan Academy](#)