

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 11

DISCIPLINA 12.º ANO

Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 3: Probabilidades



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Probabilidades

O que é a probabilidade de um acontecimento? E a Regra de Laplace?

Vem descobrir!



O QUE VOU APRENDER?

Probabilidades:

- 1) Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;
- 2) Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- 3) Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- 4) Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
 - 4.1) probabilidade do acontecimento contrário;
 - 4.2) probabilidade da diferença de acontecimentos;
 - 4.3) probabilidade da união de acontecimentos;
- 5) Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes



COMO VOU APRENDER?

GTA 10: Conheces o enigma dos dados amaldiçoados?

GTA 11: É ou não é?

GTA 12: Propriedades das probabilidades

GTA 13: Propriedades das probabilidades

GTA 14: Qual é o problema do Monty Hall?

Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

Subtema 3: Probabilidades



GTA 11: É ou não é?

Objetivos:

- Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito.
- Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis.
- Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais: caderno diário, manual escolar e *internet*.

TAREFA 1: É ou não é?**Exemplo 1:**

Um teste é constituído por 8 perguntas de escolha múltipla. A sequência das opções de resposta correta às 8 perguntas é:

A A B D A D A A

O Pedro respondeu ao acaso às 8 perguntas.

Qual é a probabilidade de o Pedro ter respondido corretamente a todas as perguntas, sabendo que escolheu cinco opções A, uma opção B e duas opções D?

Adaptado de Teste Intermédio 12.º ano – 2010, IAVE

Proposta de resolução:

A A B D A D A A

O Pedro escolheu cinco opções A, uma opção B e duas opções D.

N.º de casos possíveis:

${}^8C_5 \rightarrow$ n.º de formas diferentes de selecionar 5 das 8 questões para colocar a opção A (a ordem não é relevante pois as letras são iguais).

${}^3C_2 \rightarrow$ n.º de formas diferentes de, colocadas as opções A, selecionar 2 das 3 questões que restam, para a opção D.

Das 8 questões resta apenas uma para colocar a opção B.

N.º de casos possíveis: ${}^8C_5 \times {}^3C_2 \times {}^1C_1 = 168$



N.º de casos favoráveis:

Só existe a sequência **A A B D A D A A** de respostas correta, ou seja, existe 1 único caso favorável.

Então, pela Regra de Laplace: $p = \frac{1}{168}$

TAREFA 2: Vamos ao cinema?

O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema.

Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso.

Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2008, 1.ª fase, IAVE

TAREFA 3: O saco das bolas

Uma caixa tem nove bolas distinguíveis apenas pela cor: seis pretas, duas brancas e uma amarela.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa, simultaneamente e ao acaso, três bolas.

Determina a probabilidade de as bolas retiradas não terem todas a mesma cor.

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Exame Nacional 12.º ano – 2014, 1.ª fase, IAVE

TAREFA 4: Números e mais números

Considera todos os números de 4 algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9.

Escolhe-se, ao acaso, um desses números.

Determina a probabilidade de o número escolhido ter exatamente dois algarismos iguais a 1.

Apresenta o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2002, 1.ª fase – 2.ª chamada, IAVE

Conseguiste resolver as tarefas sem ajuda? Ainda tens dúvidas?

Analisa as propostas de resolução dos teus colegas. Se necessário **repete** a resolução das tarefas.

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Probabilidades”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **confronta** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 2: Vamos ao cinema?

N.º de casos possíveis:

O número de formas distintas de 5 pessoas se sentarem em 5 lugares é igual a permutações de 5.

$$P_5 = 5! = 120$$

N.º de casos favoráveis:

Como o João e a Maria ficam juntos, podemos considerar que o grupo destes e os outros 3 amigos podem permutar entre si (P_4), nunca separando o João e a Maria. Além destas permutações, temos ainda de considerar a troca de lugares entre o João e a Maria.

$$2 \times P_4 = 2 \times 4! = 48$$

Então, pela Regra de Laplace: $p = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$

TAREFA 3: O saco das bolas

N.º de casos possíveis:

Como a caixa tem 9 bolas, e retiramos 3, simultaneamente, o número de conjuntos diferentes obtidos é 9C_3 (a ordem é irrelevante).

N.º de casos favoráveis:

Começemos por contar o número de conjuntos de bolas com a mesma cor.

Como se pretende conjuntos de 3 bolas com a mesma cor, estas só podem ser pretas. Ou seja, existem 6C_3 conjuntos diferentes de bolas com a mesma cor.

Então, o número de casos favoráveis é: ${}^9C_3 - {}^6C_3$

Então, pela Regra de Laplace: $p = \frac{{}^9C_3 - {}^6C_3}{{}^9C_3} = \frac{16}{21}$

The image shows a calculator interface with the following elements:
- Top menu: Math, Rad, Norm, d/c, Real.
- Display: $(9C3 - 6C3) \div 9C3$
- Result: $\frac{16}{21}$
- Bottom menu: x!, nPr, nCr, RAND, and a right arrow.

Nota: Esta proposta de resolução é baseada no "acontecimento contrário". Se a todas as possibilidades retirarmos aquelas em que todas as bolas retiradas são iguais, restam as possibilidades de as bolas não serem todas da mesma cor, que é aquilo que se pretende.

TAREFA 4: Números e mais números

N.º de casos possíveis:

O conjunto de todos os números de 4 algarismos de 9 possíveis tem 9^4 elementos (a ordem é relevante e podem ocorrer repetições).



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

N.º de casos favoráveis:

4C_2 → n.º de formas diferentes de escolher 2 das 4 posições para colocar os dois algarismos «1» (a ordem não é relevante pois os algarismos são iguais).

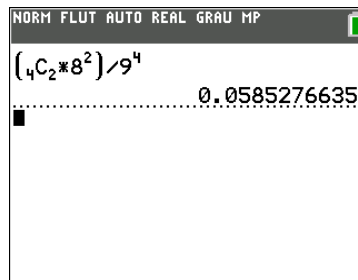
8^2 → n.º de formas diferentes de colocar os restantes 8 algarismos nas duas posições por ocupar (a ordem é relevante e podem ocorrer repetições).

N.º de casos possíveis: 9^4

N.º de casos favoráveis: ${}^4C_2 \times 8^2$

Então, pela Regra de Laplace: $p = \frac{{}^4C_2 \times 8^2}{9^4} \approx 0,06$

Então: $p \approx 6\%$





O QUE APRENDI?

És capaz de resolver problemas envolvendo...

- a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito?
- acontecimentos impossível, certo, elementar?
- composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis?
- probabilidades e utilizando a regra de Laplace?
- Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [videoaula 9](#) onde encontras os exercícios explicados pela professora Cristina Negra.



Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Probabilidades”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Explora a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em estudoautonomo.dge.mec.pt:

[Videoaula 10 | Probabilidades e cálculo combinatório: resolução de problemas](#)

[Acontecimentos](#)

[Regra de Laplace](#)

[Experiência aleatória](#)

Outros recursos:

lave.pt

[Khan Academy](#)