

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 12

DISCIPLINA 12.º ANO

Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 3: Probabilidades



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Probabilidades

O que é a probabilidade de um acontecimento? E a Regra de Laplace? Quais são as propriedades das probabilidades?

Vem descobrir!



O QUE VOU APRENDER?

Probabilidades:

- 1) Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;
- 2) Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- 3) Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- 4) Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
 - 4.1) probabilidade do acontecimento contrário;
 - 4.2) probabilidade da diferença de acontecimentos;
 - 4.3) probabilidade da união de acontecimentos;
- 5) Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes



COMO VOU APRENDER?

GTA 10: Conheces o enigma dos dados amaldiçoados?

GTA 11: É ou não é?

GTA 12: Propriedades das probabilidades

GTA 13: Propriedades das probabilidades

GTA 14: Qual é o problema do *Monty Hall*?

Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

Subtema 3: Probabilidades



GTA 12: Propriedades das probabilidades

Objetivo:

- Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
 - probabilidade do acontecimento contrário;
 - probabilidade da diferença de acontecimentos;
 - probabilidade da união de acontecimentos.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais: caderno diário, manual escolar, um baralho de 52 cartas e *internet*.

Lembras-te o que é a probabilidade de um acontecimento?

Probabilidade de um acontecimento

Seja E o espaço amostral de uma certa experiência aleatória e A um acontecimento associado a essa experiência aleatória.

Então:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

A probabilidade do acontecimento impossível é zero, ou seja,

$$P(\{\}) = 0$$

A probabilidade do acontecimento certo é um, ou seja,

$$P(E) = 1$$

Exemplo 1:

Num saco estão cinco bolas indistinguíveis ao tato e numeradas de 1 a 5.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma bola do saco e registar o respetivo número.

Sejam Q , R e S os acontecimentos:

Q : “Sair bola com número ímpar”

R : “Sair bola com número múltiplo de 3”

S : “Sair bola com número par”

Situação 1: Acontecimentos incompatíveis

Seja E o espaço amostral desta experiência aleatória.

R : “Sair bola com número múltiplo de 3”: $R = \{3\}$

S : “Sair bola com número par”: $S = \{2, 4\}$



Os acontecimentos R e S não têm elementos comuns, ou seja, $R \cap S = \{ \}$

Então, os acontecimentos R e S dizem-se **incompatíveis**.

Em suma, dois acontecimentos A e B , associados a uma experiência aleatória de espaço amostral E , dizem-se **incompatíveis** se não têm elementos comuns, ou seja, se $A \cap B = \{ \}$.

Qual é a Probabilidade da união de dois acontecimentos incompatíveis?

Seja E o espaço amostral desta experiência aleatória: $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

R : “Sair bola com número múltiplo de 3”: $R = \{3\}$

S : “Sair bola com número par”: $S = \{2, 4\}$

$R \cup S$: “Sair bola com número múltiplo de 3 ou número par”: $R \cup S = \{2, 3, 4\}$

Como os acontecimentos elementares são equiprováveis tem-se, pela Regra de Laplace, que:

$$P(R) = \frac{1}{5} \quad P(S) = \frac{2}{5} \quad P(R \cup S) = \frac{3}{5}$$

$P(R \cup S) = P(R) + P(S)$, porque R e S são incompatíveis.

Em suma, dados dois acontecimentos **incompatíveis** A e B , associados a uma experiência aleatória de espaço amostral E , tem-se:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Situação 2: Acontecimentos contrários

Seja E o espaço amostral desta experiência aleatória.

Q : “Sair bola com número ímpar”: $Q = \{1, 3, 5\}$

S : “Sair bola com número par”: $S = \{2, 4\}$

Os acontecimentos Q e S são incompatíveis porque $Q \cap S = \{ \}$.

A união de Q e S é o espaço amostral $Q \cup S = E$.

Então, os acontecimentos Q e S dizem-se **contrários**.

Em suma, dado um acontecimento A , chama-se **acontecimento contrário de A** e representa-se por \bar{A} ao acontecimento formado por todos os resultados do espaço amostral E que não pertencem a A .

Ou seja,

$$A \cap \bar{A} = \{ \} \text{ e } A \cup \bar{A} = E$$



Qual é a Probabilidade do acontecimento contrário?

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$Q: \text{“Sair bola com número ímpar”}: Q = \{1, 3, 5\}$$

$$S = \bar{Q}: \text{“Sair bola com número par”}: \bar{Q} = \{2, 4\}$$

Como os acontecimentos elementares são equiprováveis tem-se, pela Regra de Laplace, que:

$$P(Q) = \frac{3}{5} \text{ e } P(\bar{Q}) = \frac{2}{5}$$

$$\text{Então, } P(\bar{Q}) = 1 - P(Q)$$

Em suma, dado um acontecimento A , associado a uma experiência aleatória de espaço amostral E , tem-se:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Como $A \cup \bar{A} = E$ e $A \cap \bar{A} = \{ \}$, tem-se:

$$P(E) = P(A) + P(\bar{A}) \Leftrightarrow P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Exemplo 2:

De um baralho de cartas, selecionaram-se duas cartas de cada um dos quatro naipes: o rei e a dama.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma das 8 cartas existentes nesse conjunto.

Sejam V e R os acontecimentos:

V : “Sair carta de um naipe vermelho”

R : “Sair um rei”

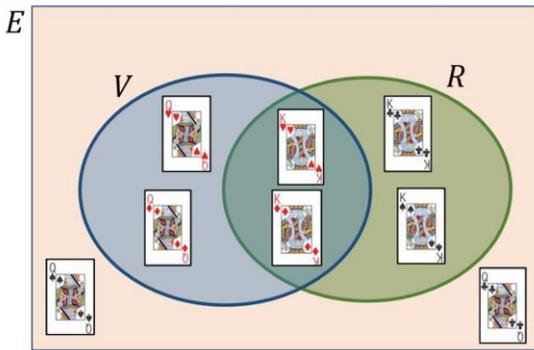
$V = \{\text{dama copas, dama ouros, rei copas, rei ouros}\}$

$R = \{\text{rei paus, rei espadas, rei copas, rei ouros}\}$

Qual é a Probabilidade da união de acontecimentos?



$$P(V \cup R) = ?$$



$$P(V) = \frac{4}{8} \quad P(R) = \frac{4}{8}$$

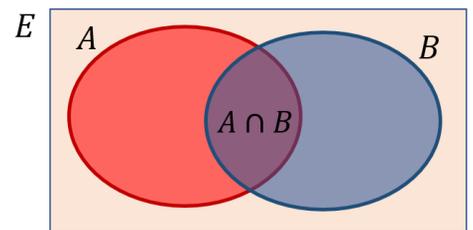
$$P(V) + P(R) = 1,$$

$P(V \cup R) \neq P(V) + P(R)$, porque V e R são compatíveis.

$$P(V \cup R) = P(V) + P(R) - P(V \cap R) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Em suma, dados dois acontecimentos A e B , associados a uma experiência aleatória de espaço amostral E , tem-se:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



TAREFA 1: A turma

Uma turma tem 25 alunos.

Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma, sabe-se que:

- a probabilidade de praticar basquetebol é 52% e de praticar futebol é 40%;
- a probabilidade de praticar futebol ou basquetebol é 80%.

Determina o número de alunos que praticam futebol e basquetebol.

TAREFA 2: Experiência aleatória

Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).

Sabe-se que:

- $P(A) = 0,3$
- $P(A \cap B) = 0,1$
- $P(A \cup B) = 0,8$

Qual é o valor de $P(\bar{B})$?

- (A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2004, 2.ª Fase, IAVE



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 1:

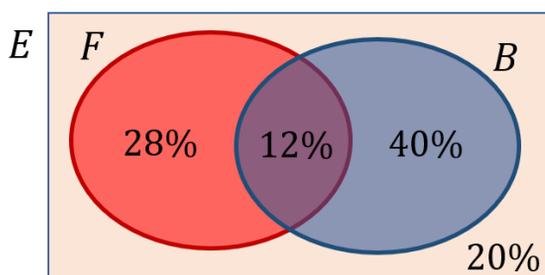
B : “O aluno pratica basquetebol”

F : “O aluno pratica futebol”

Sabe-se que:

$$P(B) = 0,52 ; P(F) = 0,4 \text{ e } P(F \cup B) = 0,8$$

$$P(F \cup B) = P(F) + P(B) - P(F \cap B) \Leftrightarrow 0,8 = 0,4 + 0,52 - P(F \cap B) \\ \Leftrightarrow P(F \cap B) = 0,92 - 0,8 \Leftrightarrow P(F \cap B) = 0,12$$



$$P(F \cap B) = 0,12$$

$$40 - 12 = 28$$

$$52 - 12 = 40$$

Se $P(F \cap B) = 0,12$, significa que 12% dos alunos praticam as duas modalidades.

$$0,12 \times 25 = 3$$

Então, 3 alunos praticam futebol e basquetebol.

TAREFA 2:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0,8 = 0,3 + P(B) - 0,1 \Leftrightarrow P(B) = 0,8 - 0,3 + 0,1 \Leftrightarrow P(B) = 0,6$$

$$\text{então: } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$$

Resposta: opção (D)

Conseguiste resolver as tarefas sem ajuda? Ainda tens dúvidas?

Analisa as propostas de resolução dos teus colegas. Se necessário **repete** a resolução das tarefas.

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Propriedades das probabilidades”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **confronta** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.



O QUE APRENDI?

Já sabes quais são as propriedades das probabilidades?

És capaz de resolver problemas envolvendo...

- a probabilidade do acontecimento contrário?
- a probabilidade da diferença de acontecimentos?
- a probabilidade da união de acontecimentos?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [videoaula 9](#) onde encontras os exercícios explicados pela professora Cristina Negra.



Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Probabilidades”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Explora a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em estudoautonomo.dge.mec.pt:

[Videoaula 10 | Probabilidades e cálculo combinatório: resolução de problemas](#)

[Videoaula 11 | Propriedades das probabilidades: probabilidade do acontecimento contrário, probabilidade da união de acontecimentos](#)

[Videoaula 12 | Probabilidade da diferença de acontecimentos. Propriedades das probabilidades: resolução de problemas](#)

[Acontecimentos](#)

[Regra de Laplace](#)

[Experiência aleatória](#)

Outros recursos:

lave.pt

[Khan Academy](#)