

# GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 17

## DISCIPLINA 12.º ANO

### Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 4: Resolução de Problemas



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A  
APRENDIZAGEM?



## PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

### Probabilidades

Chegou o momento de autoavaliar a tua aprendizagem neste tema. Estás preparado?



## O QUE VOU APRENDER?

### Probabilidades:

- 1) Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;
- 2) Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- 3) Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- 4) Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
  - 4.1) probabilidade do acontecimento contrário;
  - 4.2) probabilidade da diferença de acontecimentos;
  - 4.3) probabilidade da união de acontecimentos;
- 5) Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes.



## COMO VOU APRENDER?

GTA 15: Resolução de problemas.

GTA 16: O açúcar em excesso causa obesidade e várias outras doenças?

**GTA 17: Autoavaliação**

## Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

## Subtema 4: Resolução de problemas



## GTA 17: Autoavaliação

**Objetivo:**

- Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;
- Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- Conhecer e usar propriedades das probabilidades;
- Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes.

**Modalidade de trabalho:** Individual.

**Recursos e materiais :** Caderno diário, manual escolar, calculadora gráfica ou científica e *internet*.

Propomos-te que **autoavalies** a tua aprendizagem agora que estás a concluir o Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório.

**Resolve** cada um dos itens e **explica** o teu raciocínio.

**ITEM 1:**

A Ana dispõe de 7 cartas todas diferentes: 4 cartas do naipe de espadas e 3 cartas do naipe de copas.

As cartas de que a Ana dispõe são:

- o ás, o rei, a dama e o valete de espadas;
- o rei, a dama e o valete de copas.

Depois de introduzir as 7 cartas num saco, a Ana retira, ao acaso, uma carta.

Sejam  $A$  e  $B$  os acontecimentos:

$A$ : “A carta retirada é do naipe de espadas”

$B$ : “A carta retirada é um rei”

Averigua se os acontecimentos  $A$  e  $B$  são independentes.



Adaptado de *Teste Intermédio 12.º ano, 2011, IAVE*

**ITEM 2:**

Dois jogadores, António e Belmiro, lançam setas, simultaneamente, sobre um mesmo alvo.

Sabe-se que:

- 0,7 é a probabilidade de o António acertar no alvo;
- 0,6 é a probabilidade de o Belmiro acertar no alvo.



Admite que são independentes os acontecimentos:

$A$ : “O António acerta no alvo”

$B$ : “O Belmiro acerta no alvo”



Qual é a probabilidade de o alvo ser atingido?

Adaptado de *Exame Nacional 12.º ano, 2001 – Época especial, IAVE*

### ITEM 3:

Uma caixa tem seis bolas: três bolas com o número 0, duas bolas com o número 1 e uma bola com o número 2.

Tiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa e observam-se os respetivos números.

Sejam  $A$  e  $B$  os acontecimentos:

$A$ : “Os números das bolas retiradas são iguais”

$B$ : “A soma dos números das bolas retiradas é igual a 1”

Qual é o valor da probabilidade condicionada  $P(A|B)$ ?

Adaptado de *Teste Intermédio 12.º ano, 2010, IAVE*

### ITEM 4:

Num certo dia, um hotel organizou uma descida do rio Zêzere e uma caminhada na serra da Estrela.

Sabe-se que:

- 80% dos hóspedes participaram na caminhada na serra da Estrela;
- 50% dos hóspedes participaram na descida do rio Zêzere;
- 30% dos hóspedes que participaram na descida do rio Zêzere não participaram na caminhada na serra da Estrela.

Escolhe-se, ao acaso, um dos hóspedes do hotel.

Determina a probabilidade de esse hóspede ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere.

Adaptado de *Exame Nacional 12.º ano, 2020, Época especial, IAVE*

### ITEM 5:

Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9. As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são amarelas.

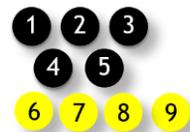
Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número.

Considera os seguintes acontecimentos:

$A$ : “A bola retirada é preta”

$B$ : “O número da bola retirada é um número par”

Qual é o valor da probabilidade condicionada  $P(A|B)$ ?



Adaptado de *Exame Nacional 12.º ano, 2015, 2.ª fase, IAVE*

**Conseguiste resolver as tarefas sem ajuda? Ainda tens dúvidas?**

**Analisa** as propostas de resolução dos teus colegas. Se necessário **repete** a resolução das tarefas.



## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

### ITEM 1:

Relembra:

#### Acontecimentos independentes

Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos associados a uma experiência aleatória.

Se  $P(B) \neq 0$  e  $P(A|B) = P(A)$  tem-se:

$$P(A|B) = P(A) \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Se  $P(B) = 0$ , então  $P(A \cap B) = 0$  e obtém-se também que:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Leftrightarrow 0 = 0$$

#### Acontecimentos independentes

Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos associados a uma experiência aleatória de espaço amostral finito  $E$ .

Os acontecimentos  $A$  e  $B$  são independentes se e só se

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

### Proposta de resolução 1:

Então,  $A$  e  $B$  são independentes se e só se  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$P(A) = \frac{4}{7} \quad P(B) = \frac{2}{7} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{7}$$

$$P(A) \times P(B) = \frac{4}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{49} \neq \frac{1}{7} \quad A \text{ e } B \text{ não são independentes.}$$

### Proposta de resolução 2:

Será que  $P(A|B) = P(A)$ ?

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{2}{7}} = \frac{1}{2} \neq \frac{4}{7} \quad A \text{ e } B \text{ não são independentes.}$$

### ITEM 2:

O alvo é atingido se pelo menos um dos atiradores acertar no alvo.

Então, a probabilidade de o alvo ser atingido é igual a:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A) = 0,7 \text{ e } P(B) = 0,6$$

Como os acontecimentos  $A$  e  $B$  são independentes tem-se:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,7 \times 0,6 = 0,42$$

$$P(A \cup B) = 0,7 + 0,6 - 0,42 = 0,88$$

**Resposta:** A probabilidade de o alvo ser atingido é igual a 0,88.



## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

### ITEM 3:

$P(A|B)$ : probabilidade de os números das bolas retiradas serem iguais sabendo que a sua soma é igual a 1.

Se a soma dos dois números das bolas retiradas é igual a 1, então uma das bolas extraídas tem o número 0 e a outra tem o número 1.

Sendo assim, é **impossível saírem dois números iguais**.

Então,  $P(A|B) = 0$

### ITEM 4:

Consideremos os seguintes acontecimentos:

$Z$ : “Participar na descida do rio Zêzere”

$E$ : “Participar na caminhada na serra da Estrela”

Então:

$$P(E) = 0,8 \quad P(Z) = 0,5 \quad P(\bar{E}|Z) = 0,3$$

$$P(\bar{E} \cap Z) = P(Z) \times P(\bar{E}|Z) = 0,5 \times 0,3 = 0,15$$

	$E$	$\bar{E}$	Total
$Z$		0,15	0,5
$\bar{Z}$	0,45	0,05	0,5
Total	0,8	0,2	1

$$0,2 - 0,15 = 0,05$$

$$0,5 - 0,05 = 0,45$$

$$P(E \cap \bar{Z}) = 0,45$$

A probabilidade de ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere é igual a 0,45.

### ITEM 5:

$P(A|B)$ : probabilidade de a bola ser preta sabendo que tem um número par.

$$P(A|B) = \frac{\text{n.º de bolas pretas com o número par}}{\text{n.º de bolas com o número par}}$$



$$P(A|B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**Resposta:** A probabilidade de a bola ser preta sabendo que tem um número par é  $\frac{1}{2}$ .



## O QUE APRENDI?

Já sabes resolver problemas envolvendo as probabilidades?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [videoaula 16](#) onde encontras os exercícios explicados pela professora Cristina Negra.

Se necessário, volta a resolver, novamente os GTA 1 a GTA 17.

**Procura** no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Probabilidades”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

**Estuda** com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



## COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

**Explora** a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em [estudoautonomo.dge.mec.pt](http://estudoautonomo.dge.mec.pt):

[Videoaula 13 | Probabilidade condicionada](#)

[Videoaula 14 | Resolução de problemas envolvendo a probabilidade condicionada](#)

[Videoaula 15 | Probabilidade condicionada - Propriedades das probabilidades](#)

[Videoaula 16 | Probabilidade condicionada e acontecimentos independentes](#)

[Acontecimentos](#)

[Regra de Laplace](#)

[Experiência aleatória](#)

[Probabilidades: O jogo da lebre e da tartaruga](#)

[Probabilidade condicionada](#)

Outros recursos:

[lave.pt](http://lave.pt)

[Khan Academy](#)