

# GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 9

## DISCIPLINA 12.º ANO

### Tema 1: Probabilidades e Cálculo Combinatório Subtema 2: Cálculo Combinatório



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A  
APRENDIZAGEM?



## PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

### **Cálculo combinatório**

Pascal e Newton, conheces? E que relação têm com a matemática?

Vem descobrir!



## O QUE VOU APRENDER?

### **Cálculo combinatório:**

1) Resolver problemas envolvendo o Cálculo combinatório.

2) Resolver problemas envolvendo:

2.1 o Triângulo de Pascal e as suas propriedades.

2.2 o desenvolvimento do Binómio de Newton.



## COMO VOU APRENDER?

GTA 6: Qual o melhor sumo de fruta?

GTA 7: Resolução de problemas.

GTA 8: Resolução de problemas.

**GTA 9: Newton ou Pascal?**

## Tema 1: Probabilidades e Cálculo combinatório

## Subtema 2: Cálculo Combinatório



## GTA 9: Newton ou Pascal?

**Objetivo:** Resolver problemas envolvendo:

- o Triângulo de Pascal e as suas propriedades;
- o desenvolvimento do Binómio de Newton.

**Modalidade de trabalho:** pares ou pequenos grupos.

**Recursos e materiais :** caderno diário, manual escolar, um baralho de 52 cartas e *internet*.

**TAREFA 1: Newton ou Pascal?**

“O binómio de Newton é tão belo como a Vénus de Milo. O que há é pouca gente para dar por isso.”

Álvaro de Campos, heterónimo de Fernando Pessoa.

Sabes o que é o Triângulo de Pascal? E o binómio de Newton? Vem descobrir!

**Etapa 1:**

**Visiona** o vídeo que nos fala deste famoso triângulo e das suas propriedades. **Coloca** as legendas em português.



[The Mathematical Secrets of Pascal's Triangle](#)

TED-Ed Wajdi Mohamed Ratemi

Voz: Emanuel Martinho

**Etapa 2:**

**Abre** um *software* com Cálculo Algébrico Simbólico (CAS), por exemplo, o do Geogebra.

**Explora** o desenvolvimento do Binómio de Newton.

**Encontra** regularidades e **compara-as** com o Triângulo de Pascal.

**Recorre** ao vídeo produzido pelo professor Paulo Correia, do AE de Alcácer do Sal e esclarece as tuas dúvidas.



[Binómio de Newton, no Geogebra](#)



### TAREFA 2:

Considera duas linhas consecutivas de um triângulo de Pascal que reproduzem alguns elementos:

.... 36 a 126 ....  
.... 120 b ....

Quais se

Indica o valor de  $b$ .

(A) 164

(B) 198

(C) 210

(D) 234

*Prova Modelo – 1999, IAVE*

### TAREFA 3:

O terceiro elemento de uma linha do triângulo de Pascal é 61 075.

A soma dos três primeiros elementos dessa linha é 61 426.

Qual é a **soma dos três últimos elementos da linha seguinte?**

(A) 61 425

(B) 61 426

(C) 61 777

(D) 122 501

*Exame Nacional 12.º ano – 2011. Época especial, IAVE*

### TAREFA 4:

A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 21.

Qual é a soma dos **três primeiros elementos dessa linha?**

(A) 121

(B) 151

(C) 181

(D) 211

*Exame Nacional 12.º ano – 2001, 1.ª Fase- 2.ª chamada, IAVE*

### TAREFA 5:

Determina o coeficiente do termo  $x^4$  no desenvolvimento de  $(x - 3)^7$ .

### TAREFA 6:

Qual é o termo independente do desenvolvimento de  $\left(\frac{2}{x} + x\right)^{10}$ , com  $x \neq 0$ ?

(A) 10 240

(B) 8 064

(C) 1 024

(D) 252

*Adaptado de Exame Nacional 12.º ano – 2014, 2.ª fase, IAVE*

**Explora** os exemplos de exercícios resolvidos e **repete-os** sem olhar para a resolução. Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [videoaula 8](#).





## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

### TAREFA 2:

$$36 + a = 120 \Leftrightarrow a = 84$$

$$\text{Como } a + 126 = b \text{ tem-se, } 84 + 126 = b \Leftrightarrow 210 = b$$

**Resposta:** Opção (C).

### TAREFA 3:

Considerando o 2.º elemento dessa linha igual a  $x$ , e sabendo que o 1.º é sempre 1, tem-se:

$$1 + x + 61\,075 = 61\,426 \Leftrightarrow x = 61\,416 - 61\,076 \Leftrightarrow x = 350$$

1	350	61 075	...
1	351	61 425	...

Como a soma dos 3 últimos elementos é igual à soma dos 3 primeiros:

$$1 + 351 + 61\,425 = 61\,777$$

**Resposta:** Opção (C).

### TAREFA 4:

- ✓ Como o último elemento é 1 e a soma dos dois últimos é 21, conclui-se que o penúltimo (e o segundo) elemento é igual a 20.
- ✓ Se o penúltimo (e o segundo) elemento é igual a 20, então trata-se da linha de ordem 20.
- ✓ A soma dos três primeiros elementos da linha de ordem 20 é igual a:

$${}^{20}C_0 + {}^{20}C_1 + {}^{20}C_2 = 1 + 20 + 190 = 211$$

**Resposta:** Opção (D).

**TAREFA 5:** Um termo genérico do desenvolvimento é  ${}^7C_p x^{7-p}(-3)^p$

Como se pretende o coeficiente do termo  $x^4$  tem-se:

$$7 - p = 4 \Leftrightarrow p = 3$$

Substituindo, obtemos:

$${}^7C_3 x^4 (-3)^3 = 35 \times (-27) x^4 = -945x^4$$

**Resposta:** O coeficiente do termo  $x^4$  é igual a -945.

### TAREFA 6:

Um termo genérico deste desenvolvimento é:  ${}^{10}C_p \left(\frac{2}{x}\right)^{10-p} x^p$

$${}^{10}C_p \left(\frac{2}{x}\right)^{10-p} x^p = {}^{10}C_p \times 2^{10-p} \frac{x^p}{x^{10-p}} = {}^{10}C_p \times 2^{10-p} x^{p-(10-p)}$$

Pretende-se que:  $p - (10 - p) = 0 \Leftrightarrow 2p = 10 \Leftrightarrow p = 5$

Então, o termo independente é:  ${}^{10}C_5 \times 2^5 = 252 \times 32 = 8\,064$

**Resposta:** Opção (C).



## O QUE APRENDI?

Já sabes em que consiste O Triângulo de Pascal e o Binómio de Newton?

És capaz de resolver problemas envolvendo:

- o Triângulo de Pascal e as suas propriedades;
- o desenvolvimento do Binómio de Newton?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

**Analisa** as tuas propostas de resolução. Se necessário repete a resolução das tarefas.

**Procura** no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Combinções”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

**Estuda** com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



## COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

**Explora** a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em [estudoautonomo.dge.mec.pt](http://estudoautonomo.dge.mec.pt):

[Videoaula 6 | Cálculo combinatório: resolução de problemas](#)

[Videoaula 7 | Triângulo de Pascal](#)

[Videoaula 8 | Binómio de Newton e Triângulo de Pascal](#)

[Binómio de Newton](#)

[Triângulo de Pascal](#)

[Cálculo combinatório com a calculadora gráfica](#)

Outros recursos:

[lave.pt](http://lave.pt)

[Khan Academy](#)