

# GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 2

## MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 1: Modelos matemáticos para a cidadania

Subtema 1: Modelos matemáticos nas eleições e na partilha



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A  
APRENDIZAGEM?



## PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

### Modelos matemáticos nas eleições

Todas as disciplinas, incluindo a Matemática, devem contribuir para o desenvolvimento dos alunos enquanto cidadãos ativos, conscientes, informados e interventivos.

É grande o papel da matemática na escolha de representantes em sistemas políticos e sociais, existindo modelos matemáticos que permitem criar procedimentos para transformar as preferências individuais numa decisão coletiva. Neste guião iremos ver como se pode declarar um vencedor por maioria absoluta e se distingue dum vencedor por maioria simples. Iremos ver outro modo de obter um vencedor usando o chamado método de Borda.



## O QUE VOU APRENDER?

- O que é maioria simples e maioria absoluta.
- **Em que consiste o método de Borda.**
- Em que consiste o Método de Hondt.
- Em que consiste o Método de Sainte-Laguë.



## COMO VOU APRENDER?

GTA 1: Maioria Simples

**GTA 2: Maioria Absoluta e Método de Borda**

GTA 3: Modelos Matemáticos na Partilha

## Tema 1: Modelos matemáticos para a cidadania

## Subtema 1: Modelos matemáticos nas eleições e na partilha



## GTA 2: Maioria Absoluta e Método de Borda

**Objetivo:** O que é a maioria absoluta; o que é e como se aplica o Método de Borda

**Modalidade de trabalho:** trabalho individual

**Recursos e materiais :** capítulo “Modelos Matemáticos nas Eleições” do [Manual NiuAleph](#), manual escolar e *internet*.

## TAREFA 1

**Abre** o teu manual escolar no tema “Modelos matemáticos nas eleições” e, no teu caderno, **responde** às seguintes questões:

- O que é uma maioria absoluta?
- Como se determina o vencedor pelo Método de Borda?

## TAREFA 2

**Maioria Absoluta**

O vencedor por **maioria simples** é aquele que tem maior número de votos numa eleição, qualquer que seja a percentagem final obtida, seja essa percentagem superior a 50% ou não. O vencedor por **maioria absoluta** é aquele que obtém mais de 50% dos votos numa eleição.

Como observámos, nas eleições autárquicas, tanto podem resultar maiorias simples como maiorias absolutas. Mas na eleição do **Presidente da República** tem de, obrigatoriamente, ser declarado vencedor apenas o candidato que obtiver maioria absoluta. No artigo 126.º, a **Constituição da República Portuguesa** estabelece o seguinte para a eleição do Presidente da República:

*“Será eleito Presidente da República o candidato que obtiver mais de metade dos votos validamente expressos, não se considerando como tal os votos em branco.*

*2. Se nenhum dos candidatos obtiver esse número de votos, proceder-se-á a segundo sufrágio até ao vigésimo primeiro dia subsequente à primeira votação.*

*3. A este sufrágio concorrerão apenas os dois candidatos mais votados que não tenham retirado a candidatura.”*

Então, poderão ser necessários dois sufrágios se, numa primeira votação, nenhum candidato obtiver mais de 50 % dos votos.



Considera a percentagem dos votos obtidos pelos quatro candidatos (Freitas do Amaral, Mário Soares, Salgado Zenha e Maria de Lurdes Pintasilgo) nas eleições presidenciais de 1986, apresentados na Figura 1.

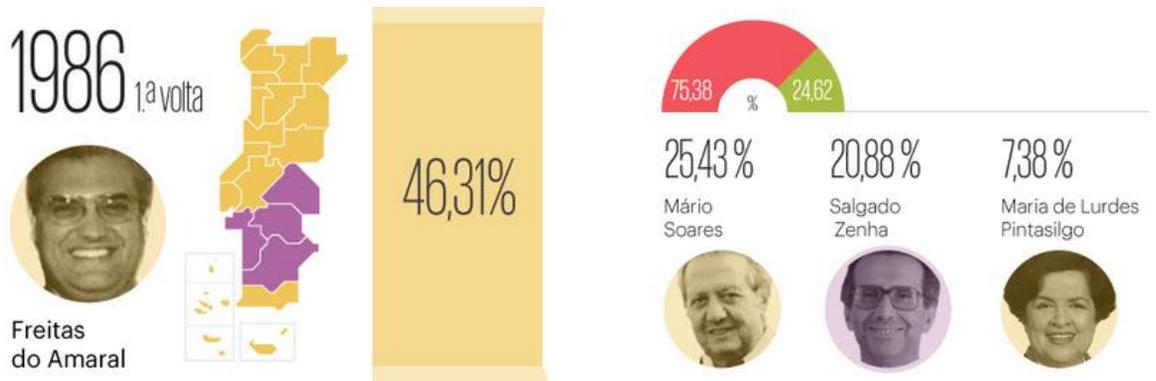


Figura 1 - Jornal "Público" de 15/01/2016

**2.1** Algum dos quatro candidatos foi eleito Presidente da República na primeira volta? **Justifica.**

**Considera** a percentagem dos votos obtidos na 2.ª volta das eleições presidenciais de 1986, entre os dois candidatos mais votados na primeira volta, Freitas do Amaral e Mário Soares, representados na Figura 2.

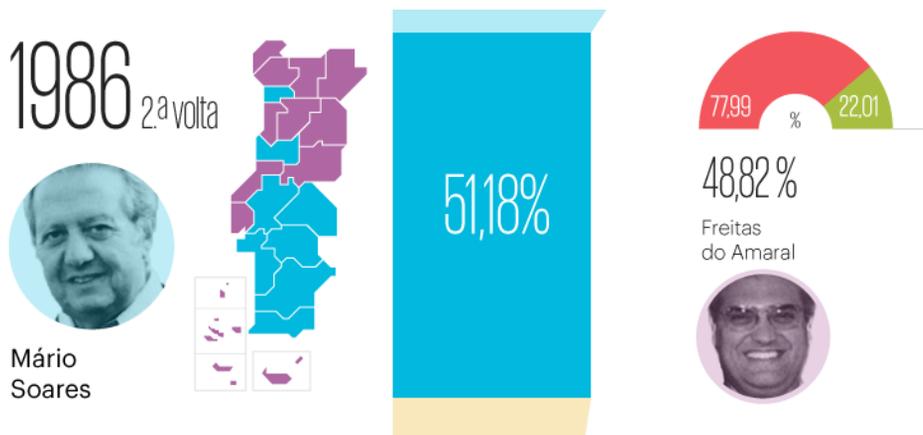


Figura 2 - Jornal "Público" de 15/01/2016

**2.2** Algum dos dois candidatos foi eleito Presidente da República na segunda volta? **Justifica.**



### TAREFA 3

Lê com atenção e **copia** para o teu caderno a informação seguinte.

#### Método de Borda

Escolher a pessoa ou instituição que merece ocupar um lugar ou receber uma distinção pode variar muito com o método utilizado. Um método muito usado é o chamado **Método de Borda**, que foi apresentado pela primeira vez por [Jean Charles de Borda](#) no século XVIII. Neste método há uma pontuação atribuída à primeira posição ou primeira preferência, outra pontuação à segunda, outra pontuação à terceira e por aí adiante até à posição ou preferência que for definida.

Este é, por exemplo, o método usado para determinar o campeão das corridas de **Fórmula 1**, assim como a marca que ganha o troféu em cada ano. O método usado tem variado ao longo dos anos. Desde 2010 o processo é o seguinte. Os pilotos e carros classificados nos 10 primeiros lugares em cada corrida ganham os seguintes pontos:

Lugar	Pontos em 2010	Pontos em 1950
1.º	25	8
2.º	18	6
3.º	15	4
4.º	12	3
5.º	10	2
6.º	8	-
7.º	6	-
8.º	4	-
9.º	2	-
10.º	1	-

Tabela 1

Para apurar o campeão, poderiam ser contabilizadas só as vitórias, ou serem contabilizados os pontos nas 6, 9 ou 10 melhores corridas, como já aconteceu no passado. Mas, atualmente contam-se as pontuações obtidas em todas as corridas e também nas corridas de qualificação chamadas corridas “sprint”. Há ainda várias outras regras suplementares que se aplicam (como a pontuação a atribuir em corridas incompletas, que foram modificadas depois de terem sido atribuídos pontos no Grande Prémio da Bélgica em 2021 em que apenas foi dada oficialmente uma volta completa).

Uma questão que se coloca é a seguinte: no Método de Borda os pontos atribuídos para cada posição influenciam o resultado final? Na próxima tarefa vamos investigar esta questão.



## TAREFA 4

**Considera** as classificações obtidas no Campeonato do Mundo de Fórmula 1 de 2016, em cada corrida, pelos corredores Nico Rosberg (Finlândia) e Lewis Hamilton (Inglaterra).

Corrida	Nico Rosberg	Lewis Hamilton
Austrália	1.º	2.º
Bahrain	1.º	3.º
China	1.º	7.º
Rússia	1.º	2.º
Espanha	Desistiu	Desistiu
Mónaco	7.º	1.º
Canadá	5.º	1.º
Europa	1.º	5.º
Áustria	4.º	1.º
Inglaterra	3.º	1.º
Hungria	2.º	1.º
Alemanha	4.º	1.º
Bélgica	1.º	3.º
Itália	1.º	2.º
Singapura	1.º	3.º
Malásia	3.º	Desistiu
Japão	1.º	3.º
Estados Unidos	2.º	1.º
México	2.º	1.º
Brasil	2.º	1.º
Abu Dhabi	2.º	1.º

Tabela 2

**4.1 Determina** o campeão do Campeonato do Mundo de Fórmula 1 de 2016, usando os critérios desse ano que constam da Tabela 1. Para facilitar os cálculos **podes usar** uma folha de cálculo a partir da Tabela 2, que podes aceder [neste ficheiro](#).

**Determina** o campeão do Campeonato do Mundo de Fórmula 1 de 2016, usando desta vez os critérios em vigor no ano de 1950, que constam da Tabela 1.

**4.3 Compara** os resultados obtidos. **Como justificas** a tua conclusão?



### TAREFA 1

#### **Maioria simples e Maioria Absoluta**

O vencedor por **maioria simples** é aquele que tem maior número de votos numa eleição, qualquer que seja a percentagem final obtida, seja essa percentagem superior ou não a 50%. O vencedor por **maioria absoluta** é aquele que obtém mais de 50% dos votos numa eleição.

#### **Método de Borda**

Neste método há uma pontuação atribuída à primeira posição ou primeira preferência, outra pontuação à segunda, outra pontuação à terceira e por aí adiante até à posição ou preferência que for definida.

A pontuação que for atribuída a cada posição pode ser decisiva para o resultado final.

### TAREFA 2

**Deves** tentar resolver por ti próprio a tarefa.

**Relê** o texto desde o início, **lê** o enunciado da tarefa e **tenta** responder.

**Se não conseguires** responder, **lê** as sugestões mais abaixo.

**Só deves** olhar para a proposta de resolução (2.<sup>a</sup> parte) depois de teres **conseguido** chegar à tua própria resolução.

#### **1.<sup>a</sup> parte – Sugestões para a resolução**

**2.1** Considera as percentagens obtidas por cada um dos quatro candidatos. Algum deles satisfaz o que estabelece o artigo 126.º da Constituição da República Portuguesa para a eleição do Presidente da República?

**2.2** Considera as percentagens obtidas por cada um dos dois candidatos que foram à segunda volta. Algum deles satisfaz o que estabelece o artigo 126.º da Constituição da República Portuguesa para a eleição do Presidente da República?

#### **2.<sup>a</sup> parte – Uma possível resolução**

**2.1** Consideramos que, se há uma eleição para a Presidência da República, tem de haver um candidato que é eleito. Note-se que, como nenhum obteve mais de 50% dos votos, tal como determina o artigo 126.º da Constituição da República Portuguesa, foi necessária uma segunda volta.

**2.2** Como um dos candidatos obteve mais de 50% dos votos, esse candidato foi eleito à segunda volta Presidente da República em 1986.



## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

### TAREFA 4

**Deves** tentar resolver por ti próprio a tarefa.

**Relê** o texto desde o início, **lê** o enunciado da tarefa e tenta responder.

Se não conseguires responder, **lê** as sugestões mais abaixo.

**Só deves** olhar para a proposta de resolução (2.<sup>a</sup> parte) depois de teres conseguido chegar à tua própria resolução.

### 1.<sup>a</sup> parte – Sugestões para a resolução

**4.1** Para aplicar o Método de Borda tens de ver qual a pontuação atribuída à primeira posição, à segunda posição, à terceira posição e por aí adiante.

A seguir, **verifica** quais os pontos que cada corredor obteve em cada corrida, conforme a pontuação da Tabela 1 atendendo à posição de cada um deles, em cada corrida, conforme os dados da Tabela 2.

**4.2** Neste item **tens de repetir** o que fizeste no item anterior, usando desta vez os critérios em vigor no ano de 1950, que constam também da Tabela 1.

**4.3 Compara** os resultados. O resultado foi o mesmo em 4.1 e em 4.2? O que te parece que aconteceu?



## 2.<sup>a</sup> parte – Uma possível resolução

4.1 Considerando os dados das tabelas 1 e 2, podemos elaborar a tabela apresentada abaixo, onde estão contabilizadas as posições ocupadas por cada um destes pilotos e as respectivas pontuações obtidas.

Nico Rosberg		Lewis Hamilton		Pontuação	
				Nico	Lewis
Vitórias	9	Vitórias	10	225	250
Segundo	5	Segundo	3	90	54
Terceiro	2	Terceiro	4	30	60
Quarto	2	Quarto	0	24	0
Quinto	1	Quinto	1	10	10
Sexto	0	Sexto	0	0	0
Sétimo	1	Sétimo	1	6	6
Oitavo	0	Oitavo	0	0	0
Nono	0	Nono	0	0	0
Décimo	0	Décimo	0	0	0
<b>Total</b>				<b>385</b>	<b>380</b>

Tabela 3

Após análise da Tabela 3, conclui-se que o campeão do Mundo de Fórmula 1 em 2016 foi Nico Rosberg, com um total de 385 pontos, enquanto Lewis Hamilton obteve 380 pontos, tendo sido vice-campeão.

4.2 Considerando as regras de 1950, o campeão seria igualmente Nico Rosberg, mas com uma diferença de dois pontos e não de 5 pontos como as regras de 2016. O que pode ser consultado na tabela abaixo.

Nico Rosberg		Lewis Hamilton		Pontuação	
				Nico	Lewis
Vitórias	9	Vitórias	10	72	80
Segundo	5	Segundo	3	30	18
Terceiro	2	Terceiro	4	8	16
Quarto	2	Quarto	0	6	0
Quinto	1	Quinto	1	2	2
<b>Total</b>				<b>118</b>	<b>116</b>

Tabela 4



## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

**4.3** A diferença explica-se pela quantidade de posições que são pontuadas, em 2016 eram os 10 primeiros e em 1950 só eram pontuados os cinco primeiros, e também pela pontuação atribuída a cada posição.

Como a Tarefa 4.3 mostra, os resultados podem ser efetivamente diferentes se os números usados forem diferentes. Em 1950 contavam apenas os quatro melhores resultados obtidos nas sete provas que tinha o Campeonato do Mundo de Fórmula 1.

Como se pode ver na página “[Sistema de pontuação da Fórmula 1](#)” da Wikipédia, o número de provas que contavam para os melhores resultados foi aumentando, até que a partir de 1981 (com exceção do período 1985-1990) passaram a contar todas as provas. A volta mais rápida dava um ponto suplementar entre 1950 e 1959 e a partir de 2019. A partir de 2021 passaram a contar também as posições nas provas de classificação que definem a grelha de partida de cada corrida.



## O QUE APRENDI?

Já **sabes** distinguir maioria simples e maioria absoluta?

És capaz de ...

- identificar o vencedor por maioria simples?
- identificar o vencedor por maioria absoluta?

Já **sabes** aplicar o Método de Borda?

És capaz de ...

- calcular a pontuação total pelo Método de Borda?
- perceber que a pontuação que for atribuída a cada posição pode ser decisiva para o resultado final?

**Procura** no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Modelos matemáticos nas eleições”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

**Estuda**, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



## COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Se quiseres saber mais sobre maioria absoluta, podes consultar:

Wikipédia

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Maioria\\_absoluta](https://pt.wikipedia.org/wiki/Maioria_absoluta)

Se quiseres saber mais sobre as *eleições* Presidenciais em Portugal, podes consultar as seguintes páginas:

Comissão Nacional de Eleições - 1986

<https://www.cne.pt/content/eleicao-para-o-presidente-da-republica-1986-0>

Comissão Nacional de Eleições - 2021

<https://www.cne.pt/content/eleicao-para-o-presidente-da-republica-2021>

Se quiseres saber mais sobre o Método de Borda, podes ver o vídeo:

Método de Borda, Matemática Aplicada às Ciências Sociais / Matemática - 10.º Ano, Estudo em CASA, 2021: [Sistemas Preferenciais: Método de Borda](#)

Se quiseres mais detalhes sobre o Campeonato Mundial de Fórmula 1 de 2016, podes aceder a:

Campeonato Mundial de Fórmula 1 de 2016, Wikipedia

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Campeonato\\_Mundial\\_de\\_F%C3%B3rmula\\_1\\_de\\_2016](https://pt.wikipedia.org/wiki/Campeonato_Mundial_de_F%C3%B3rmula_1_de_2016)