

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 4

DISCIPLINA 11.º ANO

Tema 1: Geometria

Subtema 2: Ângulo orientado e ângulo generalizado



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Trigonometria

Vem aprender a noção de ângulo orientado e ângulo generalizado. Assim, podes resolver problemas variados e aplicar diferentes métodos de resolução.

Vem descobrir!



O QUE VOU APRENDER?

Ângulo no círculo trigonométrico

- Relacionar e aplicar na resolução de problemas as noções de ângulo orientado e a respetiva amplitude; e de ângulo generalizado e a respetiva amplitude;
- Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: Razões trigonométricas de ângulos generalizados no círculo trigonométrico e a noção de radiano.



COMO VOU APRENDER?

GTA 4: Conheces a *London Eye*?

GTA 5: Seno e cosseno de um ângulo generalizado

GTA 6: Sinal do seno e cosseno de um ângulo generalizado

GTA 7: Tangente de um ângulo generalizado

GTA 8: Noção de radiano

Tema 1: Geometria

Subtema 2: Ângulo orientado e ângulo generalizado

GTA 4: Conheces a *London Eye*?**Objetivo:**

- Relacionar e aplicar na resolução de problemas as noções de ângulo orientado e a respetiva amplitude; e de ângulo generalizado e a respetiva amplitude;

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos

Recursos e materiais : caderno diário, manual escolar, *Geogebra* e *internet*.

TAREFA 1: *London Eye***Etapa 1****Já alguma vez estiveste em Londres? Conheces a famosa *London Eye*?**

Vais começar pela noção de ângulo orientado e, para esse efeito, **visualiza** o [vídeo](#), numa pequena visita a Londres e à célebre *London Eye*.

Regista, no teu caderno, a informação que te é facultada.



O vídeo mostra o movimento de rotação da famosa roda gigante.

De acordo com a informação do vídeo, sabe-se que:

- Cada cabina completa faz uma volta em 30 minutos;
- O raio da roda mede 60 metros.

Etapa 2

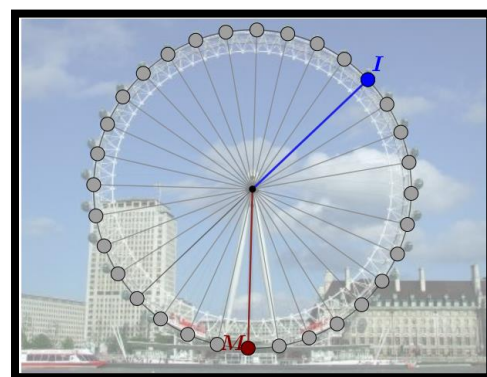
Resolve o problema seguinte.

Os irmãos, João, Pedro e Madalena, de visita a Londres, decidiram andar na famosa roda gigante.

O João e o Pedro entram numa cabina mas, a Madalena hesitou e não entrou logo com eles.

Decidiu entrar numa outra cabina, 11,25 minutos depois dos irmãos.

Qual é a distância entre as cabinas da Madalena (M) e dos seus irmãos (I), representadas na figura?



Adaptado de Desafios 11, Santillana



Proposta de resolução:

De acordo com a informação do vídeo, sabe-se que cada cabina completa faz uma volta em 30 minutos. E que uma volta completa corresponde a 360° , então para determinar qual é a amplitude que cada cabina percorre num minuto, fazes:

$$\frac{360^\circ}{30} = 12^\circ$$

Ou seja, cada cabina percorre um arco de amplitude 12 graus por minuto.

Também sabes que, o raio da roda mede 60 metros.

Assim, vamos fixar como unidade de medida de comprimento o metro e considerar o referencial o.n. xOy representado na figura.

Neste referencial, a posição da cabina da Madalena, no instante em que ela entra, é o ponto $M(0, -60)$.

A posição da cabina dos irmãos é a sua imagem pela rotação de centro em O e amplitude,

$$11,25 \times 12^\circ = 135^\circ$$

Qual é a distância entre as cabinas da Madalena e dos seus irmãos?

Pretende-se calcular \overline{IM} .

Sabendo as coordenadas do ponto I e do ponto M , e recorrendo à fórmula da distância, podes terminar a distância pedida.

Considerando I' a projeção ortogonal do ponto I , sobre o eixo Ox , obtém-se o triângulo $[OI'I]$, retângulo em I' .

Como OM é perpendicular ao eixo Ox , tem-se que $\widehat{OI'I} = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$.

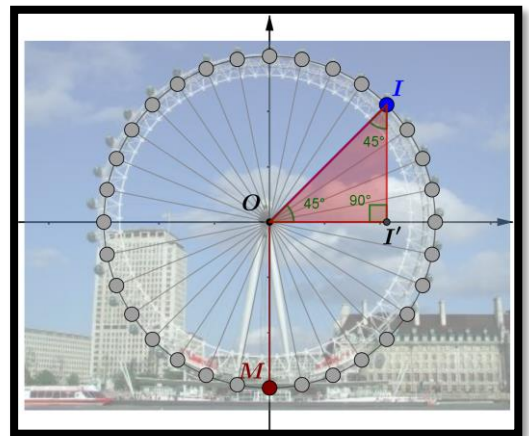
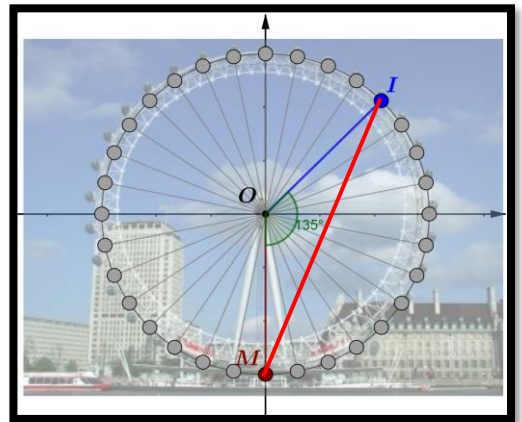
Assim, tem-se que:

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{\overline{I'I}}{\overline{OI}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{I'I}}{60} \Leftrightarrow \overline{I'I} = 30\sqrt{2}$$

Como o triângulo é isósceles, obtém-se:

$$\overline{OI'} = 30\sqrt{2}$$

Então, as coordenadas do ponto I são $(30\sqrt{2}, 30\sqrt{2})$





Como já conheces as coordenadas dos pontos $M(0, -60)$ e $I(30\sqrt{2}, 30\sqrt{2})$

Assim, tem-se $\overline{IM} = \sqrt{(0 - 30\sqrt{2})^2 + (-60 - 30\sqrt{2})^2} \approx 111$

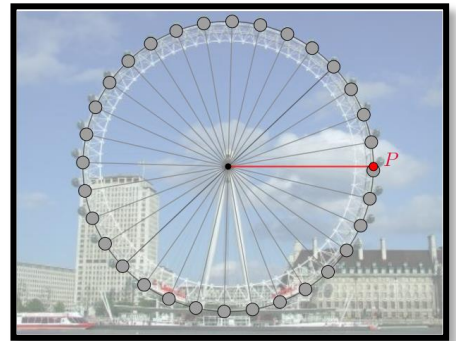
Resposta: A distância entre as cabinas da Madalena e dos irmãos é, aproximadamente, 111 metros, valor arredondado às unidades.

Etapa 3

Resolve o problema seguinte.

Num dado instante, a cabina dos irmãos encontra-se num ponto P , que com o centro da roda determina uma reta horizontal.

Considera C o centro da roda e I a posição da cabina, em cada instante.



Indica a amplitude, em graus, do ângulo PCI ao fim de:

- a) 2 minutos e 30 segundos;
- b) 10 minutos;
- c) 20 minutos;
- d) 40 minutos.

Em síntese:

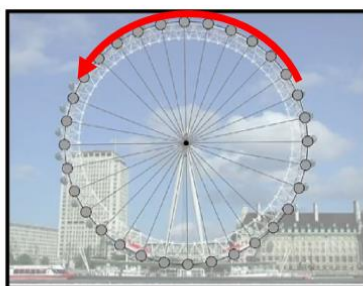
Ao longo da tarefa 1 foi possível identificar, em cada instante, a posição ocupada pela cabina dos dois irmãos porque:

- a posição inicial estava bem definida;
- se conhecia o sentido de rotação da roda;
- era possível determinar a amplitude do ângulo de rotação.

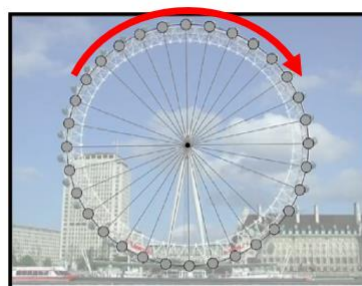
Copia para o teu caderno, as seguintes definições:

Ângulo orientado

Define-se ângulo orientado como um ângulo não nulo nem giro, no qual se fixa um lado para **lado origem**, designando-se o outro lado por **lado extremidade**.



Sentido positivo



Sentido negativo



Amplitude do ângulo orientado

Se considerarmos como unidade de medida angular o grau, a amplitude de um ângulo orientado ou nulo assume, exatamente, todos os valores no intervalo $] - 360^\circ, 360^\circ[$.

Procura, no teu manual escolar, os exercícios resolvidos sobre o tema “Trigonometria: ângulo orientado e sua amplitude”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

TAREFA 2: Ângulo generalizado

Visualiza o [vídeo](#) e **registra** no teu caderno a informação sobre os ângulos.



Copia para o teu caderno a seguinte definição:

Ângulo generalizado

Se fixarmos o grau como unidade de medida de amplitude de ângulo, define-se **amplitude de um ângulo generalizado** como

$$\alpha + k \times 360^\circ$$

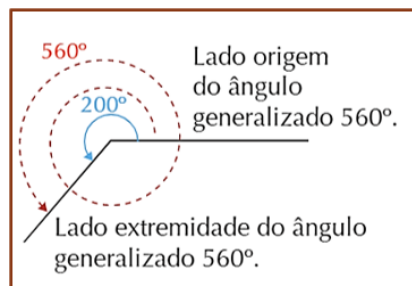
α → ângulo orientado (ou ângulo nulo)

k → número inteiro com sinal igual ao da amplitude de α

$|k|$ → número de voltas associadas ao ângulo orientado

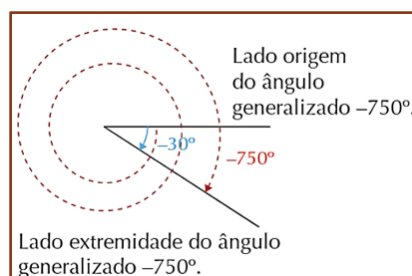
Designa-se por lado origem e lado extremidade do ângulo generalizado, respetivamente, o lado origem e o lado extremidade do ângulo orientado correspondente.

Exemplo 1:



$$560^\circ = 200^\circ + 1 \times 360^\circ$$

Exemplo 2:



$$-750^\circ = -30^\circ - 2 \times 360^\circ$$



Procura, no teu manual escolar, os exercícios resolvidos sobre o tema “Trigonometria: ângulo generalizado e sua amplitude”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

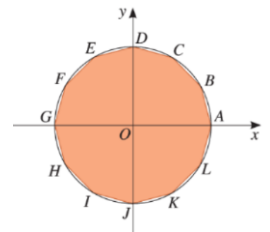
TAREFA 3: Autoavalia a tua aprendizagem, respondendo aos seguintes itens:

Item 1:

Na figura está representado, em referencial o.n xOy , o dodecágono regular [ABCDEFGHIJKL] inscrito numa circunferência de raio 1.

a) Quais dos valores seguintes podem representar a amplitude de ângulos generalizados de lado origem $\hat{O}A$ e lado extremidade $\hat{O}C$.

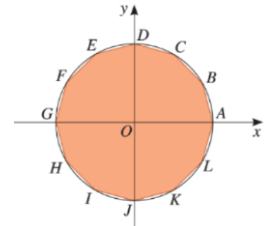
- 60° 450° -300°
 -60° 780° -660°



Adaptado de Dimensões 11, Santillana

b) Identifica o lado extremidade dos ângulos generalizados de lado origem $\hat{O}A$ e amplitude:

- a) 870°
b) -120°
c) -1110°
d) 420°



Adaptado de Dimensões 11, Santillana

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Resolve, novamente, as tarefas propostas neste guião, apresentando o teu raciocínio.

Estuda, com um colega teu, para consolidares a aprendizagem.



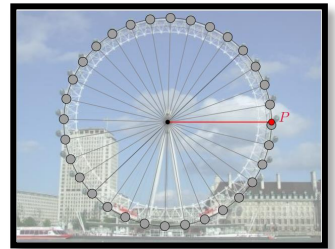
PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 1

Etapa 3:

Na etapa 1, chegaste à conclusão que, cada cabina percorre um arco de amplitude 12 graus por minuto. Então, ao fim de:

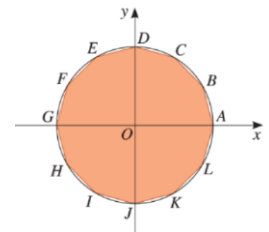
- a) 2 minutos e 30 segundos, tem-se: $2,5 \times 12^\circ = 30^\circ$
- b) 10 minutos, tem-se: $10 \times 12^\circ = 120^\circ$
- c) 20 minutos, tem-se: $20 \times 12^\circ = 240^\circ$
- d) 40 minutos, tem-se: $40 \times 12^\circ = 480^\circ$



Item 1:

a) Ao longo deste guião, aprendeste que debes considerar o grau como unidade de medida de amplitude de ângulo, e que se define **amplitude de um ângulo generalizado** como $\alpha + k \times 360^\circ$.

Então, dos valores seguintes, os que podem representar a amplitude de ângulos generalizados de lado origem $\hat{O}A$ e lado extremidade $\hat{O}C$, são:



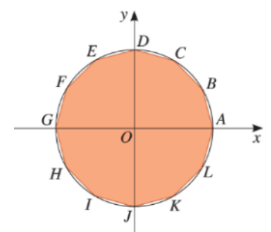
- | | | | | | |
|----------------------------------|-------------|----------------------------------|-------------|----------------------------------|--------------|
| <input checked="" type="radio"/> | 60° | <input type="radio"/> | 450° | <input checked="" type="radio"/> | -300° |
| <input type="radio"/> | -60° | <input checked="" type="radio"/> | 780° | <input type="radio"/> | -660° |

Porque, $60^\circ = 60^\circ + 0 \times 360^\circ$, $780^\circ = 60^\circ + 2 \times 360^\circ$ e $-300^\circ = 60^\circ - 1 \times 360^\circ$

b) Para identificar o lado extremidade dos ângulos generalizados de lado origem $\hat{O}A$ e amplitude, começamos por calcular: $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

Então,

- a) $870^\circ = 120^\circ + 2 \times 360^\circ$, assim a extremidade do ângulo é $\hat{O}F$.
- b) -120° , no sentido negativo, a extremidade do ângulo é $\hat{O}I$.
- c) $-1110^\circ = -30^\circ - 3 \times 360^\circ$, no sentido negativo, a extremidade do ângulo é $\hat{O}L$.
- d) $420^\circ = 60^\circ + 360^\circ$, assim a extremidade do ângulo é $\hat{O}C$.





O QUE APRENDI?

Já sabes resolver problemas envolvendo a trigonometria?

Consegues resolver as tarefas sem ajuda?

Ainda tens dúvidas?

Se tiveres dúvidas, **visualiza** a [Videoaula 4](#) onde encontras os exercícios explicados.



Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Trigonometria”. **Analisa-os** e **resolve** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Explora a sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas.

Em estudoautonomo.dge.mec.pt:

[Videoaula 5 | Seno e cosseno de ângulos generalizados](#)

[Ângulo generalizado | Estudo Autónomo](#)

Outros recursos:

lave.pt

[Khan Academy](#)