

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 8

MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 1: Modelos matemáticos - cidadania Subtema 3: Resolução de Problemas



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CIDADANIA

Chegou o momento de autoavaliar a tua aprendizagem neste tema. Estás preparado(a)?



O QUE VOU APRENDER?

Modelos matemáticos nas eleições

- O que é maioria simples e maioria absoluta.
- Em que consiste o método de Borda.

Modelos Matemáticos na Partilha

- Em que consiste o Método de Hondt.
- Em que consiste o Método de Sainte-Laguë.

Modelos matemáticos em finanças

- Matemática nos salários.
- Matemática na poupança e no crédito.



COMO VOU APRENDER?

GTA 8: Resolução de Problemas, eleições e partilha

GTA 9: Resolução de Problemas, salários e poupanças

Tema 1: Modelos matemáticos para a cidadania

Subtema 3: Resolução de Problemas



GTA 8: Resolução de Problemas, eleições e partilha

Objetivos:

- Conhecer Modelos matemáticos nas eleições: obter maioria simples e maioria absoluta. Aplicar o método de Borda.
- Conhecer Modelos Matemáticos na Partilha: aplicar o Método de Hondt e o Método de Sainte-Laguë.

Modalidade de trabalho: individual.

Recursos e materiais : caderno diário, manual escolar, calculadora gráfica ou científica e *internet*.

TAREFA 1

És capaz de ...

- identificar o vencedor por maioria simples?
- perceber que o vencedor por maioria simples pode acabar por ser vencedor por maioria absoluta (isto é, obtém mais de 50% dos votos)?
- identificar o vencedor por maioria absoluta?
- calcular a pontuação total pelo método de Borda?
- perceber que a pontuação que for atribuída a cada posição pode ser decisiva para o resultado final?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Modelos matemáticos nas eleições e na partilha”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

TAREFA 2

Propomos-te que **autoavalies** a tua aprendizagem, agora que estás a concluir o Tema 1: Modelos matemáticos para a cidadania.

Resolve cada um dos itens das páginas seguintes e **explica** o teu raciocínio.

Compara as tuas propostas de resolução com as dos teus colegas. Se necessário, **repete** a resolução das tarefas.

Tens dúvidas sobre como resolver alguma tarefa? Então **deves voltar** aos GTA anteriores e **ler** com atenção o que aí foi feito.

Lê também com atenção a tarefa que te é proposta para tentares entender exatamente o que te é solicitado e o que precisarás de fazer.

Caso as dúvidas persistam, **tenta** discutir as tuas dúvidas com os teus colegas.



ITEM 1

A família Antunes decidiu comemorar a próxima passagem de ano na ilha da Madeira. Para planear a sua estada, os elementos da família começaram por escolher o primeiro local a visitar de entre alguns que consideram emblemáticos: Cabo Girão, Pico do Areeiro, Porto Moniz e Santana.

Para fazer a sua escolha, a família decidiu distribuir pelos locais um total de 40 pontos. Cada elemento da família começou por atribuir pontos a cada local, num total de 10 pontos, não podendo atribuir igual número de pontos a locais distintos.

A tabela seguinte apresenta a distribuição dos 10 pontos, realizada por cada elemento da família, de acordo com as suas preferências.

	Cabo Girão	Pico do Areeiro	Porto Moniz	Santana
António	2	1	3	4
Camila	4	5	1	0
Dora	1	4	3	2
Francisco	3	1	4	2

Tabela 1

O primeiro local a visitar resultou da aplicação do método seguinte.

- Efetua-se a soma dos pontos atribuídos a cada local pelos elementos da família e verifica-se se algum dos locais obtém a maioria absoluta do total de pontos. Caso isso se verifique, esse local será o primeiro a visitar.
- Se nenhum dos locais obtiver mais pontos do que os outros todos juntos, o local menos pontuado é eliminado da tabela. Caso exista empate entre os locais menos pontuados, o local a eliminar é determinado por sorteio. Uma nova tabela de pontuações é, em seguida, criada com menos uma coluna do que a anterior e os pontos atribuídos por cada elemento da família ao local eliminado revertem para o local, de entre os restantes, ao qual cada um deles atribui maior pontuação.
- Os procedimentos anteriores são aplicados à nova tabela de pontuações obtida no ponto anterior, com os pontos já acumulados.
- O processo repete-se até que um dos locais obtenha maioria absoluta do total de pontos atribuídos.

Determina qual será o primeiro local a visitar pela família Antunes.

(adaptado de Exame MACS, 2024, época especial)



ITEM 2

A Escola de Vilar de Sadeija inscreveu-se num concurso em que vai participar com uma equipa de 10 alunos.

Para formar a equipa, foi realizada uma eleição à qual concorreram as listas V, X, Y e Z. Na tabela seguinte, está registado o número de votos, validamente expressos, obtidos por cada uma das listas.

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157

Tabela 2

Os dados da Tabela anterior permitem concluir que nenhuma das listas obteve maioria absoluta. Nestas circunstâncias, fazem-se, por vezes, coligações.

Admita que o número de votos obtidos por uma coligação é igual à soma dos números de votos validamente expressos nas listas que formam essa coligação, e que o número de votos das outras listas se mantém.

Procura coligações que permitam obter uma maioria absoluta.

(adaptado de Exame MACS, 2017, 2.ª fase)

ITEM 3

A Escola de Vilar de Sadeija inscreveu-se num concurso em que vai participar com uma equipa de 10 alunos.

Para formar a equipa, foi realizada uma eleição à qual concorreram as listas V, X, Y e Z. Na tabela seguinte, está registado o número de votos, validamente expressos, obtidos por cada uma das listas.

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157

Tabela 3

Na seleção dos 10 alunos da equipa, a direção da escola optou por aplicar o método de Hondt.

Um dos alunos, ao observar a tabela anterior, afirmou que, usando-se o método de Hondt, a equipa teria tantos alunos da Lista V como da Lista Y.

Verifique se o aluno tinha razão. Na sua resposta, apresente:

- os quocientes da aplicação do método de Hondt arredondados às unidades;
- o número de elementos de cada lista na equipa constituída.

(adaptado de Exame MACS, 2017, 2.ª fase)



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Uma possível resolução

ITEM 1

Efetuada a soma dos pontos atribuídos a cada local, temos:

	Cabo Girão	Pico do Areeiro	Porto Moniz	Santana
Soma	$2 + 4 + 1 + 3 = 10$	$1 + 5 + 4 + 1 = 11$	$3 + 1 + 3 + 4 = 11$	$4 + 0 + 2 + 2 = 8$

Como no total existem 40 pontos, nenhum dos locais obteve os 21 pontos necessários para atingir a maioria absoluta. Verifica-se ainda que Santana foi o local menos pontuado, pelo que não deve ser considerado para a nova tabela de pontuações.

Assim, a nova tabela de pontuações, de acordo com o método descrito, revertendo a pontuação de Santana para Porto Moniz, temos:

	Cabo Girão	Pico do Areeiro	Porto Moniz
António	2	1	$3 + 4 = 7$
Camila	4	$5 + 0 = 5$	1
Dora	1	$4 + 2 = 6$	3
Francisco	3	1	$4 + 2 = 6$
Soma	10	13	17

Continua a verificar-se que nenhum dos locais obteve os 21 pontos necessários para atingir a maioria absoluta. Verifica-se ainda que o Cabo Girão foi agora o local menos pontuado, pelo que também deve ser eliminado da tabela. Assim, criando ainda outra tabela e obtendo as somas, de acordo com o método descrito, temos:

	Pico do Areeiro	Porto Moniz
António	1	$7 + 2 = 9$
Camila	$5 + 4 = 9$	1
Dora	$6 + 1 = 7$	3
Francisco	1	$6 + 3 = 9$
Soma	18	22

Assim, como Porto Moniz obteve a maioria absoluta dos pontos (mais de 21), este será o primeiro local a visitar pela família Antunes.

(adaptado de *Matemática? Absolutamente*)



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

ITEM 2

Temos que:

- O número total de votos validamente expressos é:

$$373 + 602 + 318 + 157 = 1450$$

- O número total de votos necessários para obter a maioria absoluta é:

$$1450 / 2 + 1 = 726$$

Assim, podemos verificar que a lista X, em coligação com qualquer outra lista obtém maioria absoluta. Por exemplo, a coligação X com Z tem uma votação de $602 + 157 = 759$, e portanto mais do que os 726 votos necessários para a maioria absoluta.

Também a coligação V + Y + Z, que obtém 848 votos, teria também maioria absoluta.

(adaptado de Matemática? Absolutamente)

ITEM 3

Aplicando o método de Hondt, temos que:

Lista	V	X	Y	Z
Número de votos	373	602	318	157
Divisão por 1	373	602	318	157
Divisão por 2	$\frac{373}{2} \approx 187$	$\frac{602}{2} = 301$	$\frac{318}{2} = 159$	$\frac{157}{2} \approx 79$
Divisão por 3	$\frac{373}{3} \approx 124$	$\frac{602}{3} \approx 201$	$\frac{318}{3} = 106$	
Divisão por 4	$\frac{373}{4} \approx 93$	$\frac{602}{4} \approx 151$		
Divisão por 5		$\frac{602}{5} \approx 120$		

Tabela 4

Assim, o número de elementos de cada lista na equipa constituída é:

- 3 elementos da Lista V
- 4 elementos Lista X
- 2 elementos da Lista Y
- 1 elemento da Lista Z

Conclui-se, assim, que o aluno não tem razão, porque a Lista V tem mais um elemento que a Lista Y.

(adaptado de Matemática? Absolutamente)



O QUE APRENDI?

Maioria simples

O vencedor por **maioria simples** é aquele que tem maior número de votos numa eleição, qualquer que seja a percentagem final obtida, seja essa percentagem superior ou não a 50%.

Maioria Absoluta

O vencedor por **maioria absoluta** é aquele que obtém mais de 50% dos votos numa eleição.

Método de Borda

Neste método há uma pontuação atribuída à primeira posição ou primeira preferência, outra pontuação à segunda, outra pontuação à terceira e por aí adiante até à posição ou preferência que for definida.

A pontuação que for atribuída a cada posição pode ser decisiva para o resultado final

Modelos Matemáticos na Partilha

No método de Hondt, o “número de votos apurados por cada partido/coligação é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc.”, sendo os quocientes obtidos alinhados pela ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos que estiverem em causa. Os mandatos pertencem aos partidos/coligações a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada um dos partidos/coligações tantos mandatos quantos os seus termos na série.

No método de Sainte-Laguë, procede-se exatamente como no método de Hondt usando-se agora os divisores 1, 3, 5, 7, 9, etc. Isto é, usam-se como divisores números ímpares sucessivos.

Sugestões:

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Modelos Matemáticos para a Cidadania”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Caso ainda **tenhas** dúvidas, **volta a resolver** todos os guiões sobre este tema (GTA 1 a 8).

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Sugestão de recursos para complementares a tua aprendizagem ou esclareceres dúvidas. Podes consultar:

Maioria simples, Wikipédia: [Maioria simples](#)

Maioria absoluta, Wikipédia: [Maioria absoluta](#)

Método de Borda, Matemática Aplicada às Ciências Sociais / Matemática - 10.º Ano, #EstudoEmCada 2021: [Sistemas Preferenciais: Método de Borda](#).

Método de Hondt (Comissão Nacional de Eleições): [Método de Hondt](#)

Método de Hondt, Wikipédia: [Método D'Hondt](#)

Método de Sainte-Laguë, Wikipédia: [Método de Sainte-Laguë](#)

A matemática com a Khan Academy: [A matemática com a Khan Academy](#)

Compilações de MACS (10.º ano): [Compilações de MACS |Matemática? Absolutamente!](#)