

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 13

MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 2: Estatística

Subtema 1: População, amostra, variável e dados univariados



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

População, amostra, variável e dados univariados

A estatística está em toda a parte, desde as páginas dos jornais até às discussões desportivas, passando pelas redes sociais ou as informações oficiais.

Mas os números não falam sozinhos, temos de os *interpretar* e de ser capazes de perceber se as interpretações que os outros fizeram estão corretas ou se são realmente conclusões do estudo em vez de *fake news* ou opiniões dos responsáveis pela divulgação do estudo.

Para a análise e interpretação de resultados são úteis medidas calculadas a partir dos dados, designadas por *estatísticas*. Vamos estudar dois tipos dessas medidas: medidas de localização e medidas de dispersão.



O QUE VOU APRENDER?

- Identificar população, amostra e variável num estudo estatístico
- Identificar dados quantitativos discretos, organizá-los e interpretá-los.
- Identificar dados quantitativos contínuos, organizá-los e interpretá-los.
- **Interpretar as medidas de localização.**
- Interpretar propriedades das medidas de localização e de dispersão.



COMO VOU APRENDER?

GTA 10: População, amostra e variável

GTA 11: Dados quantitativos discretos

GTA 12: Dados quantitativos contínuos

GTA 13: Medidas de localização

GTA 14: Medidas de localização e de dispersão

GTA15: Resolução de problemas sobre população, amostra, variável e dados univariados

Tema 2: Estatística

Subtema 1: População, amostra, variável e dados univariados



GTA 13: Medidas de localização

Objetivo:

- Interpretar as medidas de localização na caracterização da distribuição de dados, relacionando-as com as representações gráficas obtidas.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais: caderno diário, capítulo “Estatística (1.ª parte)” do **Manual NiuAleph**, manual escolar, calculadora gráfica ou folha de cálculo e *internet*.

TAREFA 1

Abre o teu manual escolar no tema “Estatística” e no teu caderno e responde às seguintes questões:

- Como se obtém a função cumulativa a partir do histograma de frequências acumuladas?
- Como se calcula a média de um conjunto de dados? E se os dados estiverem organizados em tabelas ou gráficos?
- Como se calcula a moda de um conjunto de dados? E se os dados estiverem organizados em tabelas ou gráficos?
- Como se calcula a mediana de um conjunto de dados? E se os dados estiverem organizados em tabelas ou gráficos?

Responde agora às tarefas que se seguem. Depois, **compara** a tua resposta com as dos teus colegas.

TAREFA 2

Em Portugal, nos últimos 50 anos, assistimos a um aumento do número de alunos a frequentar o ensino superior, estando, no ano 2023, matriculados 446 028 alunos.

Na tabela, apresenta-se o número de alunos matriculados no ensino superior em Portugal, de 1978 a 1983.

Ano	1978	1979	1980	1981	1982	1983
Número de alunos matriculados no ensino superior	81 582	79 436	80 919	83 754	86 789	89 310

Fonte: Pordata (consultado em novembro de 2023).



1. **Determina** a mediana do número de alunos matriculados no ensino superior em Portugal, ao longo dos seis anos a que a tabela se refere.
2. **Determina** a média do número de alunos matriculados no ensino superior em Portugal, nos seis anos a que a tabela se refere.

Adaptado de Prova Final de Ciclo, 1.ª fase, 2024, IAVE

TAREFA 3

No Campeonato Nacional Sub 23 Sul de hóquei em patins há dez equipas a competir. Na 17.ª jornada, a Associação de Patinagem Atlético Clube do Tojal ocupava o primeiro lugar dessa competição de hóquei em patins. Três jogadores dessa equipa faziam parte, nessa altura, do *Top Marcadores* do Campeonato Nacional Sub 23 Sul. Na tabela seguinte está registado o número de golos marcados pelos 20 jogadores desse *Top Marcadores*.

n.º de golos marcados	12	13	14	15	17	19	20	21	23	24	27	35
Frequência absoluta	1	4	2	3	1	1	1	2	1	2	1	1

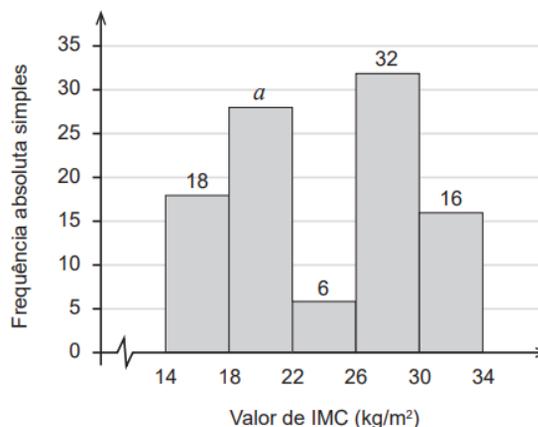
<https://hp.fpp.pt/Marcadores/306> (consultado em 08/04/2025)

1. **Determina** a mediana do número de empates a que a tabela se refere.
2. **Determina** a média do número de empates dessa equipa de hóquei em patins.
3. **Indica** a(s) moda(s) da variável estatística representada.

TAREFA 4

No Dia Internacional da Saúde, a rádio OnOff lançou aos ouvintes o desafio seguinte: calcularem o seu índice de massa corporal (IMC) e enviarem-no para a rádio.

As respostas recebidas durante a emissão do programa “A sua tarde na OnOff” apresentam-se no histograma seguinte de frequências absolutas simples.



1. **Admite** que a média dos dados agrupados de IMC apresentados no gráfico anterior é igual a 24.
Determina o valor de a .



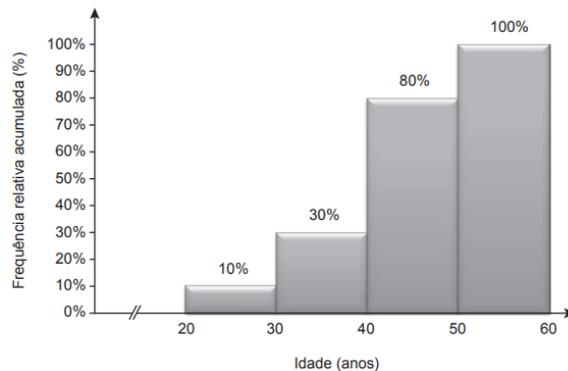
2. **Indica** a(s) classe(s) modal(ais) e **assinala**, no histograma de frequências absolutas simples, um valor aproximado da(s) moda(s).

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Época Especial, 2021, IAVE

TAREFA 5

A redação de informação do canal Televisão Para Todos (TPT) é constituída por uma equipa de jornalistas.

No gráfico seguinte, apresenta-se o histograma de frequências relativas acumuladas referente às idades dos jornalistas do TPT.



Assinala, por processos geométricos, na classe mediana, a localização aproximada da mediana dos dados.

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Época Especial, 2016, IAVE

TAREFA 6

Além da média, da moda e da mediana, também os quartis e os percentis são medidas de localização.

Abre o teu manual escolar no tema “Estatística” e o teu caderno, e **responde** às seguintes questões:

- O que são e como se determinam os quartis? E os percentis?
- O que é e como se constrói um diagrama de extremos e quartis?

Apresenta o teu raciocínio e os cálculos realizados.

TAREFA 7

Agora que já sabes que os quartis dividem a amostra ordenada em quatro partes iguais, cada uma com aproximadamente 25% dos dados, e os percentis dividem a amostra em 100 partes iguais, **responde** às seguintes questões:



Com o objetivo de estudar o grau de informação dos cidadãos da União Europeia (UE) sobre as políticas e instituições da UE, uma empresa de sondagens realizou um inquérito no Outono de 1999. A dimensão da amostra foi de 15 800 pessoas, escolhidas aleatoriamente entre os cidadãos da UE com 15 ou mais anos.

Perguntava-se aos inquiridos em que medida se sentiam informados sobre a UE, sendo a resposta dada mediante a seleção de um número de 1 (não sabe nada) a 10 (sabe muito). No quadro seguinte, apresentam-se os resultados desse inquérito. Para cada nível, indica-se a percentagem de inquiridos que se autoavaliaram nesse nível.

Escala	Percentagem
1	10
2	12
3	16
4	17
5	19
6	12
7	8
8	4
9	1
10	1

1. Tendo em conta a tabela acima, **justifica** que o primeiro quartil desta distribuição é 3 e que a mediana é 4.
2. **Determina** o percentil 30 e o percentil 75.

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 1.ª fase, 2016, IAVE



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 1

A **média** amostral, ou simplesmente média, é a medida de localização do centro da amostra. Representa-se por \bar{x} e calcula-se dividindo a soma de todos os elementos da amostra pelo número de elementos da amostra.

Se os dados estiverem agrupados, em que o valor x_i da variável tem a frequência absoluta n_i , então a média do conjunto de dados é dada por:

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_k \times x_k}{n}$$

em que: • $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$

- k é o número de valores diferentes que surgem no conjunto de dados;

Se os dados estiverem agrupados em classes, vamos usar representantes das classes, **as marcas das classes**: no caso dos intervalos, vamos tomar o ponto médio da classe.

Então, $\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_k \times x_k}{n}$, onde cada valor x_i representa a

marca da respetiva classe.

A **moda** de um conjunto de dados qualitativos/quantitativos é a categoria/classe com maior frequência.

A mediana de um conjunto de dados numéricos é um valor em que pelo menos 50% dos dados são inferiores ou iguais a este e pelo menos 50% dos dados são superiores ou iguais a este.

TAREFA 2

Consulta o manual escolar para perceber como podes usar as listas da calculadora gráfica para responder a esta questão e às seguintes.

1. Ordenando, por ordem crescente, os valores correspondentes ao número de alunos matriculados no ensino superior em Portugal, de 1978 a 1983, temos:

79 436 80 919 81 582 83 754 86 789 89 310

Assim, a mediana deste conjunto de números é $\frac{81\,582 + 83\,754}{2} = 82\,668$ alunos.

2. Para calcular a média, determina-se o quociente entre a soma de todos os elementos da amostra pelo e o número de elementos da amostra:

$$\frac{81\,582 + 79\,436 + 80\,919 + 83\,754 + 86\,789 + 89\,310}{6} = \frac{501\,790}{6} = 83\,630$$



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 3

1. O número de dados: 20 (par). Assim, a mediana corresponde à média dos valores de ordem $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$.

$$\text{Posição } \frac{20}{2} = 10 \rightarrow \text{o dado de ordem 10 é 15} \quad \text{Mediana} = \frac{15+17}{2} = 16$$

$$\text{Posição } \frac{20}{2} + 1 = 11 \rightarrow \text{o dado de ordem 11 é 17}$$

n.º de golos marcados	12	13	14	15	17	19	20	21	23	24	27	35
Frequência absoluta	1	4	2	3	1	1	1	2	1	2	1	1

2. Como os dados estão agrupados, a média é dada por

$$\bar{x} = \frac{1 \times 12 + 4 \times 13 + 2 \times 14 + 3 \times 15 + 1 \times 17 + 1 \times 19 + 1 \times 20 + 2 \times 21 + 1 \times 23 + 1 \times 27 + 1 \times 35}{20} = \frac{320}{20} = 16 \text{ golos}$$

Em alternativa, podias dividir a soma de todos os elementos da amostra pelo número de elementos da amostra:

$$\bar{x} = \frac{12+13+13+13+13+14+14+15+15+15+17+19+20+21+23+24+24+27+35}{20} = \frac{320}{20} = 16 \text{ golos.}$$

Este processo torna-se mais moroso quando o número de dados é elevado.

3. A moda é 13.

TAREFA 4

1. De acordo com os dados do histograma, o número de elementos da amostra, n , é: $n = 18 + a + 6 + 32 + 16 = a + 72$

Como os dados estão agrupados em classes, a média é calculada com recurso à marca de cada classe e à frequência absoluta de cada classe. Assim, as marcas de classe são 16, 20, 24, 28 e 32. A média é:

$$\bar{x} = \frac{18 \times 16 + a \times 20 + 6 \times 24 + 32 \times 28 + 16 \times 32}{a + 72} = \frac{20a + 1840}{a + 72}$$

Admitindo que a média é igual a 24, obtém-se a igualdade,

$$\begin{aligned} 24 &= \frac{20a + 1840}{a + 72} \\ \Leftrightarrow 24(a + 72) &= 20a + 1840 \\ \Leftrightarrow 24a + 1728 &= 20a + 1840 \\ \Leftrightarrow 24a - 20a &= 1840 - 1728 \\ \Leftrightarrow 4a &= 112 \\ \Leftrightarrow a &= 28 \end{aligned}$$

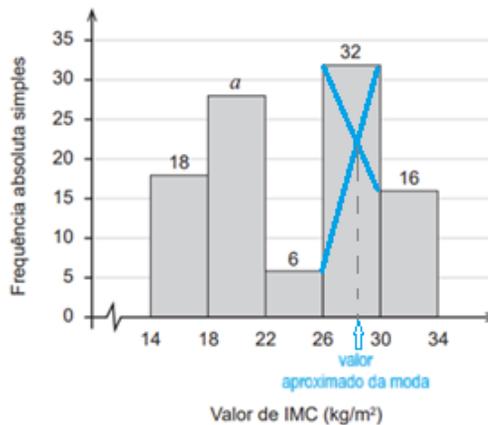
Adaptado de

https://mat.absolutamente.net/compilacoes/mac/10/graficos_medidas_estatisticas_resol.pdf



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

2. A classe modal é $[26, 30[$ por ser a classe com maior frequência absoluta. Para determinar um valor aproximado da moda, no histograma unem-se as extremidades da barra relativa à classe modal com as extremidades das barras adjacentes, como mostra o gráfico seguinte.



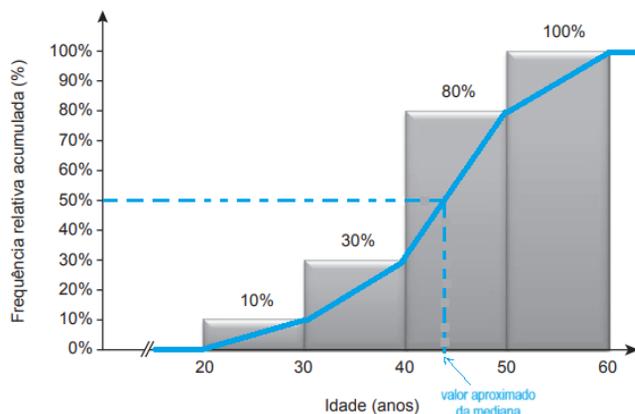
TAREFA 5

Quando os dados estão agrupados em classes, não é possível determinar o valor exato da mediana.

A classe mediana é $[40, 50[$, porque é a primeira classe que tem uma frequência relativa acumulada superior a 50%.

Para determinar um valor aproximado da mediana, começamos por desenhar o gráfico da função relativa cumulativa. Para isso, desenham-se pontos/segmentos entre as barras do histograma, como podes ver no gráfico abaixo, unindo-os por segmentos de reta. Nos extremos, constroem-se retas horizontais.

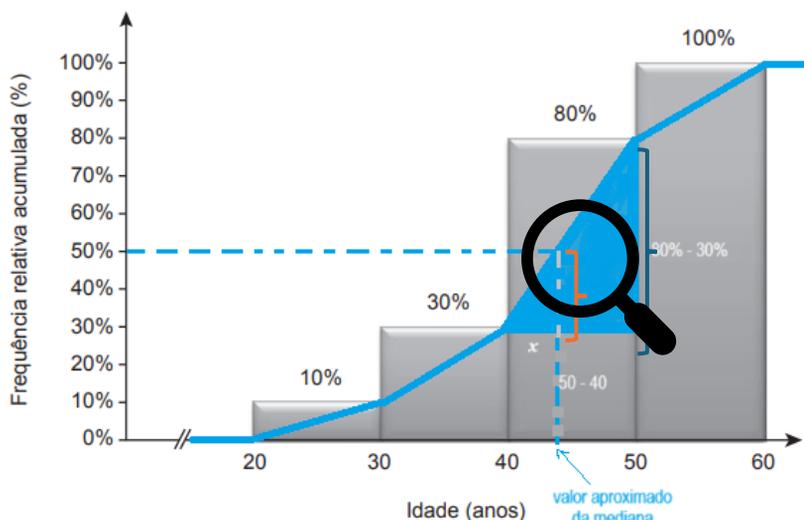
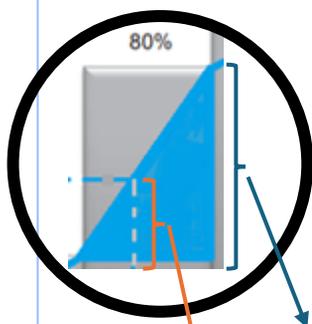
Para obter um valor aproximado da mediana, admite-se que os valores se distribuem uniformemente em cada classe. O valor aproximado da mediana corresponde à abcissa do ponto cuja ordenada é 50%. Esse valor pode ser determinado por processos geométricos, como podes ver no gráfico seguinte.





PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Observe agora o gráfico seguinte. O triângulo assinalado a azul foi ampliado na figura da esquerda.



$80\% - 30\% = 50\%$ (A frequência relativa da classe $[40, 50[$ é a diferença entre a frequência relativa acumulada dessa classe e a da classe $[30, 40[$)

$$50\% - 30\% = 20\%$$

Amplitude da classe: $50 - 40 = 10$. Para obter um valor aproximado da mediana, basta fazer

$$\begin{aligned} 50\% - 10 \\ 20\% - x \\ x = \frac{20\% \times 10}{50\%} = 4 \end{aligned}$$

Um valor aproximado da mediana é $40 + 4 = 44$ (no contexto do problema, metade dos jornalistas têm, no máximo, 44 anos)

TAREFA 7

Como a percentagem de respostas em cada nível da escala é a frequência relativa, podemos calcular a frequência relativa acumulada:

1. O primeiro quartil é 3, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 25%. A mediana é 4, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 50%.

Escala	Percentagem	Freq. relativa acumulada
1	10	10
2	12	$10 + 12 = 22$
3	16	$22 + 16 = 38$
4	17	$38 + 17 = 55$
5	19	$55 + 19 = 74$
6	12	$74 + 12 = 86$
7	8	$86 + 8 = 94$
8	4	$94 + 4 = 98$
9	1	$98 + 1 = 99$
10	1	$99 + 1 = 100$

2. O percentil 30 é 3, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 30%.

O percentil 75 coincide com o terceiro quartil e é 12, porque é a menor observação que tem frequência relativa acumulada superior a 75%.



O QUE APRENDI?

Já sabes interpretar as medidas de localização na caracterização da distribuição de dados, e relacioná-las com as representações gráficas obtidas?

És capaz de ...

- obter a função cumulativa a partir do histograma que é contruído, usando frequências acumuladas?
- calcular a média de um conjunto de dados, organizados em tabelas ou gráficos?
- calcular a moda de um conjunto de dados, organizados em tabelas ou gráficos?
- calcular a mediana de um conjunto de dados, organizados em tabelas ou gráficos?
- determinar os percentis e os quartis de um conjunto de dados?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Estatística”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Se quiseres saber mais, podes consultar:

INE: https://www.ine.pt/xportal/xmain?xpid=INE&xpgid=ine_main



PORDATA: <https://www.pordata.pt/>



Para saber mais sobre medidas de localização:

[*Noções de Estatística, IV. Medidas de localização. ALEA*](#)



Visualiza a [Videoaula 5 | Calcular e interpretar percentis](#)

