

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 14

MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 2: Estatística

Subtema 1: População, amostra, variável e dados univariados



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

População, amostra, variável e dados univariados

A estatística está em toda a parte, desde as páginas dos jornais até às discussões desportivas, passando pelas redes sociais ou pelas informações oficiais.

Contudo os números não falam sozinhos, temos de os *interpretar* e de ser capazes de perceber se as interpretações que os outros fizeram estão corretas ou se são realmente conclusões do estudo em vez de *fake news* ou opiniões dos responsáveis pela divulgação do estudo.

Para a análise e interpretação de resultados são úteis medidas calculadas a partir dos dados, designadas por *estatísticas*. Vamos estudar dois tipos dessas medidas: medidas de localização e medidas de dispersão.



O QUE VOU APRENDER?

- Identificar população, amostra e variável num estudo estatístico
- Identificar dados quantitativos discretos e organizá-los.
- Identificar dados quantitativos contínuos e organizá-los.
- Interpretar as medidas de localização e de dispersão.
- Interpretar propriedades das medidas de localização e de dispersão.



COMO VOU APRENDER?

GTA 10: População, amostra e variável

GTA 11: Dados quantitativos discretos

GTA 12: Dados quantitativos contínuos

GTA 13: Medidas de localização

GTA 14: Medidas de localização e de dispersão

GTA 15: Resolução de Problemas sobre população, amostra, variável, em dados univariados

Tema 2: Estatística

Subtema 1: População, amostra, variável e dados univariados



GTA 14: Medidas de localização e de dispersão

Objetivo:

- Interpretar e calcular as medidas de dispersão.
- Interpretar e mostrar analiticamente as alterações provocadas na média por transformação dos dados: multiplicação de cada um por uma constante “ a ” e adição de uma constante “ b ”.

Modalidade de trabalho: individual, pares ou pequenos grupos.

Recursos e materiais: caderno diário, capítulo “Estatística (1.ª parte)” do **Manual NiuAleph**, manual escolar, calculadora gráfica ou folha de cálculo e *internet*.

No GTA 13 trabalhaste com algumas medidas de localização, nomeadamente a média, a mediana e os quartis. Será que essas medidas são suficientes para caracterizar os dados?

TAREFA 1

Dois alunos do 10.º ano obtiveram no 1.º semestre as seguintes classificações, apresentadas na tabela seguinte:

Pedro	João
16	20
12	8
12	8
12	12
12	16
12	12
16	20
12	12
16	12
12	12

1. Recorrendo a uma folha de cálculo ou a uma calculadora gráfica, **determina** a média e os quartis das classificações obtidas por cada um dos rapazes.
2. **Compara** os valores que obtiveste. Estas medidas serão suficientes para caracterizar os dados?



3. A **amplitude** de um conjunto de dados é a diferença entre o menor e o maior valor observados. A **amplitude interquartil** é a diferença entre o 3.º e o 1.º quartis. Estas são duas das **medidas de dispersão** que iremos estudar.

Determina a amplitude e a amplitude interquartil das classificações e **comenta** a seguinte afirmação: “Há uma maior variabilidade nas classificações do Pedro que que nas classificações do João.”

4. Se o João tivesse digitado 200 em vez de 20 ao calcular a média das suas classificações, o que teria acontecido aos valores das medidas de localização e de dispersão? Qual delas escolherias para caracterizar a distribuição das classificações?

Adaptado de: Noções de Estatística, IV. Medidas de localização. ALEA

TAREFA 2

A Lia também frequenta o 10.º ano na escola do João e do Pedro. Na tabela abaixo estão registadas as suas classificações do 1.º semestre.

Lia
12
12
12
12
12
12
16
9
16
12

Comenta a seguinte afirmação: “Como a amplitude interquartil é zero, não existe variabilidade dos dados”.

TAREFA 3

Abre o teu manual escolar no tema “Estatística” e, no teu caderno, responde às seguintes questões:

- Como se calcula a amplitude e a amplitude interquartil num conjunto de dados? E se os dados estiverem organizados em tabelas ou gráficos?
- Como se calcula o desvio padrão de uma amostra de dados? E se os dados estiverem organizados em tabelas ou gráficos?
- Quais as alterações provocadas na média, por transformação dos dados: multiplicação de cada um por uma constante “*a*” e adição de uma constante “*b*”?

Responde agora às tarefas que se seguem. Depois, **compara** a tua resposta com as dos teus colegas.



TAREFA 4

Já sabes que o **desvio-padrão** amostral é uma medida de dispersão que mede o afastamento médio de cada valor da variável estatística em estudo em relação à média. A **variância** amostral, outra medida de dispersão, não é mais do que o quadrado do desvio-padrão.

Vamos retomar a **TAREFA 1**, a situação em que o João escreveu 200 em vez de 20.

1. **Determina** o desvio padrão amostral e **compara** as duas amostras quanto à dispersão dos dados em relação à média.
2. **Será que** é o desvio padrão amostral ou a amplitude interquartil que descreve melhor a variabilidade das classificações do João?

Pedro	João
16	20
12	8
12	8
12	12
12	16
12	12
16	200
12	12
16	12
12	12

TAREFA 5

Já sabes que:

- se a cada um dos dados for adicionada uma constante, a média vem adicionada dessa constante e o desvio padrão não se altera;
- se cada um dos dados for multiplicado por uma constante, a média e o desvio padrão são multiplicados por essa constante .

Responde agora às questões que se seguem. Depois, **compara** a tua resposta com as dos teus colegas.

Nos 12 últimos jogos da equipa de futebol do Grupo Desportivo de Altivo (GDA), registou-se o número de sócios do clube desportivo GDA que foram assistir ao jogo. A seguir, apresentam-se os registos do número de sócios que assistiram, a cada um dos 12 jogos:

15 680 , 17 549 , 14 746, 19 418, 20 353, 22 222

28 763 , 26 894, 34 370 , 37 174, 38 108, 39 043

1. **Determina** a média e o desvio padrão dos dados registados.
Apresenta os resultados com arredondamento às centésimas. Caso procedas a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, no mínimo, quatro casas decimais.
2. **Supõe** que houve um erro na contagem dos sócios do clube desportivo GDA que foram assistir aos jogos. Em cada um dos 12 últimos jogos, assistiram mais 100 sócios do clube.

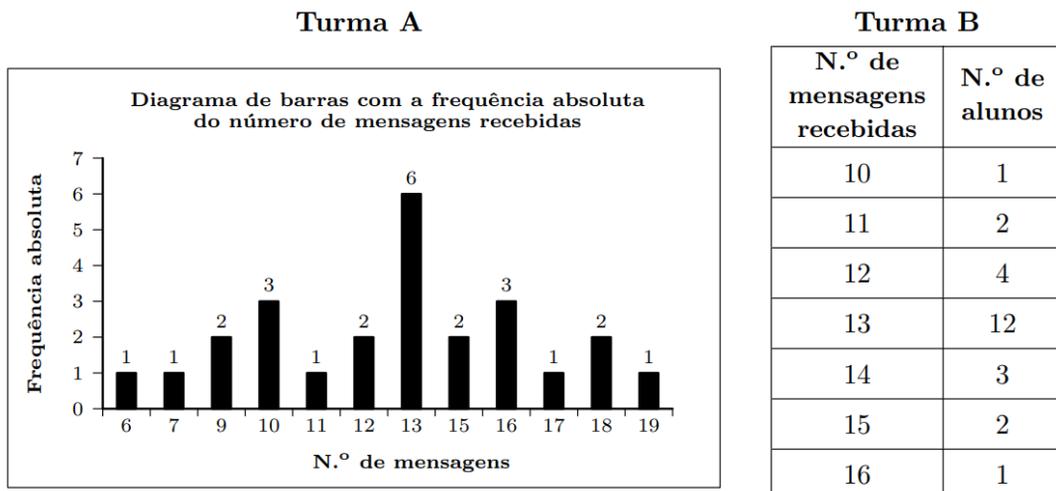
Sem determinar a média e o desvio padrão dos dados, **indica, justificando**, qual será o valor da média e o desvio padrão.

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, Época Especial, 2015, IAVE



TAREFA 6

Na escola da Marta, o professor de MACS resolveu questionar os alunos de duas turmas distintas sobre o número de mensagens que cada aluno recebeu, num sábado, no telemóvel. Os resultados obtidos encontram-se representados num diagrama de barras, os da Turma A, e numa tabela, os da Turma B.



A Marta depois de ter calculado a média e o desvio padrão do número de mensagens recebidas pelo conjunto dos alunos, para cada uma das turmas, comentou:

“A média do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma A e a média do número de mensagens recebidas pelos da turma B são iguais, mas o mesmo não acontece com os desvios padrão.”

O António, colega da Marta, com quem ela estava a tratar os dados, comentou:

“Quando me disseste que as médias eram iguais, eu, observando as representações gráficas, concluí logo que os desvios padrão eram diferentes.”

Num pequeno texto, **apresenta** as médias e os desvios padrão obtidos e **justifica** o raciocínio do António.

No teu **texto** debes:

Apresentar o valor da média e o do desvio padrão, com aproximação às centésimas, do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma A;

Apresentar o valor da média e o do desvio padrão do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma B;

Incluir a justificação do raciocínio do António.

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 2.^a fase, 2009, IAVE



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 1

Recorrendo a uma folha de cálculo, por exemplo, o Excel, determinamos a menor e a maior classificação, a média e os quartis das classificações obtidas por cada um dos rapazes.

	Pedro	João
Média	13,2	13,2
Q1	12	12
Mediana	12	12
Q3	15	15

1. A média e os quartis das classificações são iguais nos dois alunos, pelo que estas medidas não são suficientes para caracterizar os dados, dado que as classificações mínimas e máximas dos dois alunos são diferentes.
2. Ainda que os valores da média e dos quartis das classificações e a amplitude interquartil sejam iguais, o valor da amplitude dos dados é diferente, pois o João teve uma classificação mínima de 8 e uma classificação máxima de 20 valores. Já as classificações do Pedro variam entre o mínimo de 12 e o máximo de 16 valores. Assim, a afirmação “Há uma maior variabilidade nas classificações do Pedro que que nas classificações do João” é verdadeira.

	Pedro	João
Média	13,2	13,2
Mínimo	12	8
Máximo	16	20
Amplitude	4	12
Q1	12	12
Mediana	12	12
Q3	15	15
Amplitude interquartil	3	3

3. Se o João tivesse digitado a classificação 200 em vez de 20, a média das classificações seria 31,2, ainda que todos os restantes dados pertençam ao intervalo [8,20]. A média é pouco resistente a valores extremos.

Pedro	João
16	20
12	8
12	8
12	12
12	16
12	12
16	200
12	12
16	12
12	12

	Pedro	João
Média	13,2	31,2
Mínimo	12	8
Máximo	16	200
Amplitude	4	192
Q1	12	12
Mediana	12	12
Q3	15	15
Amplitude interquartil	3	3



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Uma alteração de um dos valores dos dados fez variar, consideravelmente, o valor da média (de 13,2 para 31,2). Poderemos escolher a mediana para caracterizar esta distribuição, por ser mais resistente a este tipo de situações. A amplitude é uma medida de variabilidade pouco resistente (passou de 12 para 192). Já a amplitude interquartil é uma medida mais robusta. Neste caso, indica que metade das classificações de cada um dos alunos estão entre os 12 e os 15 valores.

Se precisas de ajuda, podes usar o QrCode para aceder a uma folha de cálculo onde encontras uma proposta de resolução da tarefa.



Consulta o teu manual escolar para perceber como podes usar a calculadora gráfica para responder a esta questão e às seguintes.

TAREFA 2

A afirmação é falsa. Apesar de a amplitude interquartil ser zero, isso não significa que não existe variabilidade dos dados, como se pode ver nas classificações da Lia no 1.º semestre.

Repara que para as classificações do Pedro a amplitude interquartil (3) é superior à da Lia (0), mas passa-se o inverso quando se calcula a amplitude das classificações dos dois estudantes.

	Pedro	Lia
Média	13,2	12,5
Mínimo	12	9
Máximo	16	16
Amplitude	4	7
Q1	12	12
Mediana	12	12
Q3	15	12
Amplitude interquartil	3	0

TAREFA 4

1. A dispersão dos dados em relação à média é maior nas classificações obtidas pelo João, porque o desvio padrão é maior.
2. É a amplitude interquartil que descreve melhor a variabilidade das classificações do João porque o desvio padrão é pouco resistente a valores extremos, como é o Caso do 200.

	Pedro	João
Média	13,2	31,2
Mínimo	12	8
Máximo	16	200
Amplitude	4	192
Q1	12	12
Mediana	12	12
Q3	15	15
Amplitude interquartil	3	3
Variância	3,73	3529,96
Desvio padrão	1,93	59,41



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 5

1. Inserimos todos os valores numa coluna de uma folha de cálculo, por exemplo o Excel, ou numa lista da calculadora gráfica.

15 680 , 17 549 , 14 746, 19 418, 20 353, 22 222

28 763 , 26 894, 34 370 , 37 174, 38 108, 39 043

Calculando as medidas estatísticas, obtemos os valores para a média e o desvio padrão: $\bar{x} = 26193,33$ e $s = 8725,84$

2. Adicionando 100 ao número de sócios que assistiram aos 12 últimos jogos da equipa de futebol, prevê-se que a média aumente 100 e que o desvio padrão não se altere: $\bar{x} = 26293,33$ e $s = 8725,84$

TAREFA 6

Inserindo numa lista da calculadora gráfica os valores do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma A e noutra lista o valor das frequências absolutas, calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista e usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e o do desvio padrão, com aproximação às centésimas: $\bar{x} = 12,96$ e $s \approx 3,39$

N.º de mensagens recebidas	Frequência absoluta
6	1
7	1
9	2
10	3
11	1
12	2
13	6
15	2
16	3
17	1
18	2
19	1

Procedendo da mesma forma para os dados relativos aos alunos da turma B e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e o do desvio padrão, com aproximação às centésimas: $\bar{x} = 12,96$ e $s = 1,28$.

Assim, podemos conjecturar que a constatação do António resultou da observação de que os dados relativos à turma B estão mais concentrados em torno dos valores centrais, sendo progressivamente mais dispersos, à medida que os dados se afastam da zona central, enquanto nos dados da turma A, esta tendência é menos acentuada, havendo maior dispersão dos dados, o que justifica um valor maior do desvio padrão nos dados da turma A e, por isso, valores diferentes para o desvio padrão.

Adaptado de https://mat.absolutamente.net/compilacoes/mac/10/graficos_medidas_estatisticas_resol.pdf



O QUE APRENDI?

Já sabes interpretar e determinar as medidas de localização e de dispersão e interpretar propriedades dessas medidas?

És capaz de ...

- interpretar e determinar as medidas de localização?
- interpretar e determinar as medidas de dispersão?
- compreender propriedades das medidas de localização e de dispersão?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Estatística”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Se quiseres saber mais, podes consultar:

INE

https://www.ine.pt/xportal/xmain?xpid=INE&xpgid=ine_main



PORDATA

<https://www.pordata.pt/>



Para saber mais sobre medidas de dispersão

[*Noções de Estatística, V. Medidas de dispersão. ALEA*](#)



Visualiza:

[Videoaula 12 | Variância e desvio padrão](#)



[Videoaula 13 | Variância e desvio padrão com recurso à calculadora](#)

