GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 17

MATEMÁTICA A
10.º ANO

Tema 2: Estatística
Dados univariados e dados bivariados

PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

O QUE VOU APRENDER?

COMO VOU APRENDER?

O QUE APRENDI?

COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Dados univariados e dados bivariados

Chegou o momento de autoavaliares a tua aprendizagem neste tema. Bom trabalho!

O QUE VOU APRENDER?

- **Organizar e interpretar dados quantitativos discretos e contínuos.**
- **Determinar e interpretar as medidas de localização e de dispersão.**

COMO VOU APRENDER?

GTA 16: Dados bivariados

GTA 17: Resolução de problemas sobre dados univariados e dados bivariados

Tema 2: Estatística

Dados univariados e dados bivariados

GTA 17: Resolução de problemas sobre dados univariados e dados bivariados

Objetivo:
- Identificar população, amostra e variável num estudo estatístico
- Identificar dados quantitativos discretos, organizá-los e interpretá-los.
- Identificar dados quantitativos contínuos, organizá-los e interpretá-los.
- Interpretar as medidas de localização e de dispersão.
- Interpretar propriedades das medidas de localização e de dispersão.

Modalidade de trabalho: individual, pares ou pequenos grupos.
Recursos e materiais: caderno diário, capítulo "Estatística (1.ª parte)" e "Estatística (2.ª parte)" do **Manual NiuAleph**, manual escolar, calculadora gráfica ou folha de cálculo e *internet*.

TAREFA 1

És capaz de ...

- organizar dados quantitativos discretos e dados quantitativos contínuos e interpretá-los?
- interpretar e determinar as medidas de localização e de dispersão?
- usar propriedades das medidas de localização e de dispersão?
- representar os dados no diagrama de dispersão para interpretar a forma, direção e força da associação (linear) entre as duas variáveis?
- obter o coeficiente de correlação linear, conhecer as suas propriedades e interpretá-lo geometricamente?
- obter a equação da reta de regressão e o coeficiente de correlação e inferir o valor de y para um dado valor de x?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema "Estatística". **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

TAREFA 2

Propomos-te que **autoavalies** a tua aprendizagem, agora que estás a concluir o Subtema 2, do Tema 2: Estatística.

Resolve cada um dos itens das páginas seguintes e **explica** o teu raciocínio. **Compara** as tuas propostas de resolução com as dos teus colegas. Se necessário, **resolve** novamente as tarefas.

Tens dúvidas sobre como resolver alguma tarefa? Então **deves voltar** aos GTA anteriores e **ler** com atenção o que aí foi trabalhado.

Lê também com atenção as tarefas que te são propostas para tentares entender exatamente o que te é solicitado e o que precisarás de fazer.

Caso as dúvidas persistam, **tenta** discutir as tuas dúvidas com os teus colegas.

TAREFA 3

A Maria analisou algumas das características dos alunos de Francês de três escolas.

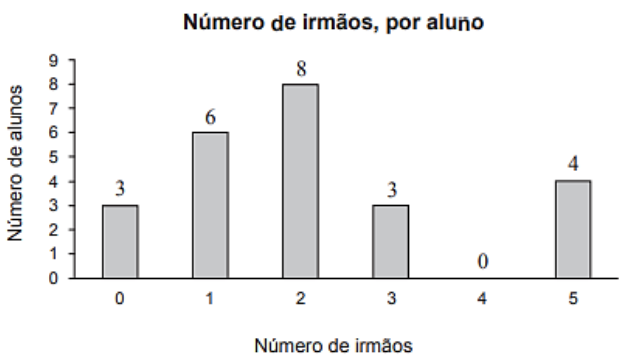
1. Para concretizar esse estudo na sua escola, escolheu aleatoriamente uma amostra de entre os alunos de Francês. Na tabela seguinte, apresentam-se os dados que a Maria recolheu, nessa amostra, relativamente à idade dos alunos.

Idade	14	15	16	p
Número de alunos	6	10	6	2

A Maria sabe que escreveu corretamente os valores de idade 14, 15 e 16 na calculadora, porque conferiu os valores depois de os ter introduzido. Ao efetuar o cálculo, a Maria obteve um valor igual a 48,5 para a média de idades. Nesse momento, a Maria teve a certeza de se ter enganado ao escrever o valor de idade, p, mas não sabia que número tinha escrito.

Determina o número que a Maria escreveu, p, com o qual obteve erradamente a média de idades igual a 48,5.

2. No gráfico seguinte apresenta-se o número de alunos de Francês com 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 irmãos, de uma amostra escolhida pela Maria na sua escola.
Na tabela, ao lado do gráfico, apresenta-se o número de alunos de Francês com 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 irmãos, de uma amostra de outra escola.



N.º de irmãos	**N.º de alunos**
0	1
1	4
2	14
3	4
4	1
5	0

Compara as duas amostras quanto à variabilidade de cada uma delas relativamente à média.

Na tua resposta, deves:

- **determinar** a média de cada uma das amostras;
- **determinar** o desvio padrão de cada uma das amostras;
- **interpretar** os resultados obtidos.

Caso procedas a arredondamentos, **conserva**, no mínimo, três casas decimais.

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 1.ª fase, 2012, IAVE

TAREFA 4

O professor da disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (MACS) da escola de Xisto estudou a existência de uma correlação linear entre as classificações dos alunos na disciplina de MACS no final do 3.º período de 2010 (CI) e as classificações desses mesmos alunos no exame nacional da disciplina de MACS (CE). Os dados recolhidos encontram-se organizados na tabela seguinte.

N.º do Aluno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
(CI) x	9	9	10	13	14	9	11	11	14	8	14	16	16	19	14	11	16	10
(CE) y	7	8,2	9,5	12,1	13,7	7,5	14,2	10,6	14,5	6,3	12,1	17,2	14,8	4,2	11,7	9,5	15,2	8,5

1. A análise do diagrama de barras dos dados obtidos para a variável estatística classificação dos alunos da escola de Xisto na disciplina de MACS no final do 3.º período de 2010 (CI) fornece informação relevante sobre a dispersão e a representatividade da média da amostra das classificações naquela disciplina.

Descreve essa informação.

Na tua resposta **deves**:

- **representar** os dados da variável estatística classificação dos alunos da escola de Xisto na disciplina de MACS no final do 3.º período de 2010 (CI) num diagrama de barras;
- **determinar** o valor da média da variável estatística classificação dos alunos da escola de Xisto na disciplina de MACS no final do 3.º período de 2010 (CI);
- **relacionar** a representação gráfica dos dados com o valor da média.

Apresenta o valor da média com arredondamento às décimas.

2. Uma aluna, após calcular o coeficiente de correlação dos dados organizados na tabela anterior, afirma:

> *"A correlação linear entre as classificações dos alunos da escola de Xisto na disciplina de MACS no final do 3.º período de 2010 (CI) e as classificações obtidas no exame (CE) é fraca. No entanto, se excluirmos as classificações do aluno número 14, essa correlação linear aumenta substancialmente."*

Justifica a veracidade da afirmação da aluna.

Na tua resposta, **deves**:

• **determinar** o coeficiente de correlação linear, incluindo as classificações do aluno número 14;

• **determinar** o coeficiente de correlação linear, excluindo as classificações do aluno número 14;

• **relacionar** os valores dos dois coeficientes, justificando a veracidade da afirmação da aluna.

Apresenta os coeficientes de correlação com arredondamento às milésimas.

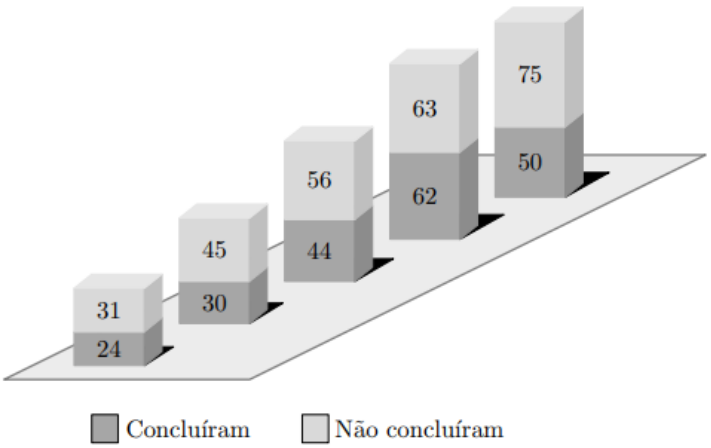
Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 2.ª fase, 2012, IAVE

TAREFA 5

Sala de Fuga é um jogo em que uma equipa, fechada numa sala ou num conjunto de salas, tem de resolver desafios, num intervalo de tempo limitado, para o conseguir concluir. Para ter sucesso e resolver os desafios, é necessário recorrer a diversas competências e apelar ao raciocínio lógico e à intuição.

Num determinado jogo de *Sala de Fuga*, registou-se, mensalmente, o número de equipas que nele participaram e, destas, quantas o concluíram e quantas não o concluíram.

Na figura seguinte, estão organizados os dados recolhidos, referentes a cinco meses.



Admite que a relação entre as variáveis número de equipas que participaram neste jogo de *Sala de Fuga* (x), num determinado mês, e número de equipas que concluíram o jogo de *Sala de Fuga* (y), nesse mesmo mês, é bem aproximada por uma regressão linear, na forma $y = ax + b$, com os valores de a e de b estimados com base nos dados apresentados na figura ao lado.

Num outro mês, participaram neste jogo de *Sala de Fuga* 80 equipas.

Estima o número de equipas que o concluiu nesse mês, com base no modelo de regressão linear.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Na tua resposta, **apresenta**:

– as listas que introduziste na calculadora;

– a equação da reta de regressão, com os valores de a e de b arredondados com três casas decimais.

Adaptado de: Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 2.ª fase, 2024, IAVE

TAREFA 3

1. Como a amostra tem $6 + 10 + 6 + 2 = 24$ alunos, para que a média das idades seja $48{,}5$, então a soma (S) das idades dos 24 alunos é calculada por

$$\frac{S}{24} = 48{,}5 \Leftrightarrow S = 48{,}5 \times 24 \Leftrightarrow S = 1164$$

Assim,

$$14 \times 6 + 15 \times 10 + 16 \times 6 + 2 \times p = 1164$$
$$\Leftrightarrow 2 \times p = 1164 - 14 \times 6 - 15 \times 10 - 16 \times 6$$
$$\Leftrightarrow 2 \times p = 834 \Leftrightarrow p = \frac{834}{2} \Leftrightarrow p = 417$$

O valor de p é 417.

2. Inserimos numa lista da calculadora gráfica os valores do número de irmãos, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores identificados no gráfico como "Número de alunos". Na imagem abaixo podes ver essas listas de uma calculadora gráfica,

Número de irmãos	Frequência absoluta
0	3
1	6
2	8
3	3
4	0
5	4

Calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos os valores da média e do desvio padrão para a amostra da escola da Maria.

Média	$\bar{x}$	2.125
Desvio padrão amostral	s	1.569062

Procedendo da mesma forma com os dados relativos à amostra de outra escola, e calculando os valores da média e do desvio padrão, temos $\bar{x} = 2$ e $s \approx 0{,}834$.

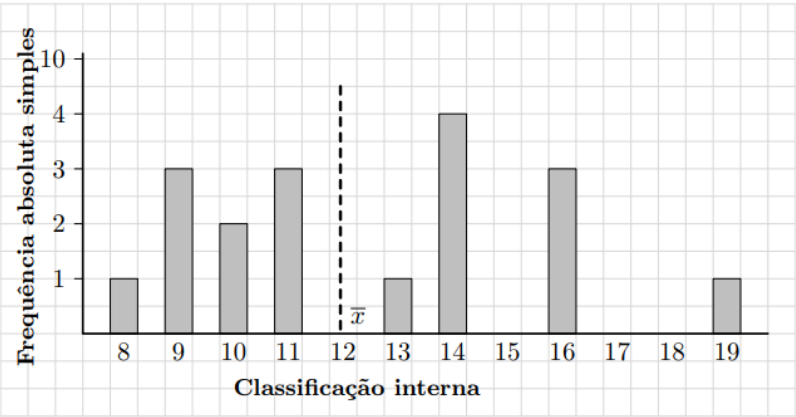
Assim, podemos verificar que as duas amostras apresentam o número médio de irmãos semelhante, mas os dados da amostra da escola da Maria estão mais dispersos em relação à média, ou seja, a variabilidade dos dados é maior na amostra da escola da Maria, porque o valor do desvio padrão é maior.

Adaptado de
https://mat.absolutamente.net/compilacoes/macs/10/graficos_medidas_estatisticas_resol.pdf

TAREFA 4

1. Fazendo a contagem de cada uma das classificações internas dos alunos da escola de Xisto na disciplina de MACS, obtemos a seguinte tabela de frequências absolutas simples, o que nos permite traçar o diagrama de barras seguinte:

Classificação interna	Frequência absoluta simples
8	1
9	3
10	2
11	3
12	0
13	1
14	4
15	0
16	3
17	0
18	0
19	1



Inserindo numa lista da calculadora gráfica as classificações internas, e noutra lista as frequências absolutas simples, ou seja, os valores da tabela anterior, e calculando as medidas estatísticas referentes à primeira lista, usando a segunda como frequência, obtemos o valor aproximado da média: $x \approx 12{,}4$.

Representando o valor da média no diagrama de barras (a tracejado), podemos verificar que os dados se encontram dispersos e que a média não se encontra junto da maior concentração dos dados, pelo que a sua representatividade do conjunto destes dados é pouco significativa.

https://mat.absolutamente.net/compilacoes/mat-a/10/estatistica/estatistica_resol.pdf

2. Inserindo na calculadora gráfica os dados relativos à classificação interna numa lista e os dados relativos à classificação externa noutra lista, e determinando o coeficiente de correlação linear, referente a estas duas listas, com aproximação às centésimas, obtemos o valor $r \approx 0{,}439$.

Na figura da esquerda da página seguinte, podes ver essas listas numa calculadora gráfica com o cálculo do coeficiente de correlação.

	A x	B y	C	D	E	F
:					=LinRegMb	
	9	7		Título	Regressã...	
	9	8.2		RegEqn	m*x+b	
	10	9.5		m	0.506149	
	13	12.1		b	4.63459	
	14	13.7		r^2	0.192843	
	9	7.5		r	0.439139	
	11	14.2		Resid	{-2.1899...	
	11	10.6				
	14	14.5				
	8	6.3				
	14	12.1				
	16	17.2				
	16	14.8				
	19	4.2				
	14	11.7				
	11	9.5				

	A x	B y	C	D	E	F
=					=LinRegMb	
1	9	7		Título	Regressã...	
2	9	8.2		RegEqn	m*x+b	
3	10	9.5		m	1.09273	
4	13	12.1		b	-1.84763	
5	14	13.7		r^2	0.833197	
6	9	7.5		r	0.912796	
7	11	14.2		Resid	{-0.9869...	
8	11	10.6				
9	14	14.5				
10	8	6.3				
11	14	12.1				
12	16	17.2				
13	16	14.8				
14	_	_				
15	14	11.7				
16	11	9.5				

Apagando os registos relativos ao aluno número 14, ou seja, o valor 19 da primeira lista e o valor 4,2 da segunda lista, e voltando a determinar o coeficiente de correlação linear referente a estas duas listas, com aproximação às centésimas, obtemos o valor $r \approx 0{,}913$, como podes ver acima, na imagem da direita.

Assim, podemos concluir que a aluna tem razão, porque o coeficiente de correlação linear obtido, quando consideramos as classificações do aluno número 14, evidencia uma correlação fraca e o coeficiente de correlação linear obtido com a supressão destes dados evidencia uma correlação forte.

Adaptado de: https://mat.absolutamente.net/compilacoes/macs/10/dados_bivariados_resol.pdf

TAREFA 5

Obtendo os valores da variável x para cada um dos meses, como a soma dos números de equipas que concluíram o jogo e das que não o concluíram, e inserindo na calculadora gráfica as listas relativas às variáveis x e y, obtemos

=				=LinRegMx(
1	55	24	Título	Regressão...
2	75	30	RegEqn	m*x+b
3	100	44	m	0.473822
4	125	62	b	-3.48691
5	125	50	r^2	0.916258
6			r	0.957214
7			Resid	{1.426701...
8				

Determinando a equação da reta de regressão ($y = ax + b$), temos que os valores de a e b, usando valores aproximados com três casas decimais, são a ≈ 0,474 e b ≈ −3,487.

Desta forma a equação da reta de regressão é $y = 0{,}474x - 3{,}487$

No mês em que participaram 80 equipas no jogo (x = 80), o número de equipas que o concluiu nesse mês (y), com base no modelo de regressão linear, é

$$y \approx 0{,}474 \times 80 - 3{,}487 \approx 34$$

Adaptado de https://mat.absolutamente.net/compilacoes/macs/10/dados_bivariados_resol.pdf

O QUE APRENDI?

Já sabes interpretar e determinar as medidas de localização e de dispersão, obter a equação da reta de regressão e o coeficiente de correlação, e inferir o valor de y para um dado valor de x?

És capaz de ...

- organizar, representar dados quantitativos discretos e dados quantitativos contínuos em tabelas de frequências ou gráficos e interpretá-los?
- obter a função cumulativa a partir do histograma que é contruído, usando frequências acumuladas?
- interpretar e determinar as medidas de localização e as medidas de dispersão de um conjunto de dados, organizados em tabelas ou gráficos?
- representar os dados no diagrama de dispersão, para interpretar a forma, direção e força da associação (linear) entre as duas variáveis?
- obter o coeficiente de correlação linear, conhecer as suas propriedades e interpretá-lo geometricamente?
- obter a equação da reta de regressão e inferir o valor de y para um dado valor de x?

Sugestões:

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema "Estatística". **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Caso ainda tenhas dúvidas, volta a resolver todos os guiões sobre este tema (GTA 10 a 16).

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.

COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Compilações de Matemática A (10.º ano): Compilações de Matemática A (10.º ano) |Matemática? Absolutamente!

Estudo Autónomo: Matemática com Python 5