

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 20

MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 3: Geometria

Subtema 1: Pontos notáveis do triângulo



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Pontos notáveis de um triângulo

Em cada triângulo há mais do que três lados e três vértices: há pontos especiais, chamados **pontos notáveis**, que revelam propriedades surpreendentes. Vem descobrir o baricentro!



O QUE VOU APRENDER?

- Definir e caracterizar o baricentro de um triângulo.
- Propriedades das medianas e do baricentro.
- Localizar os pontos notáveis em triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e em triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos.



COMO VOU APRENDER?

GTA 18: Pontos notáveis do triângulo: incentro, circuncentro

GTA 19: Pontos notáveis do triângulo: incentro, circuncentro, ortocentro

GTA 20: Pontos notáveis do triângulo: baricentro

Tema 3: Geometria

Subtema 1: Geometria sintética no plano



GTA 20: Pontos notáveis do triângulo: baricentro

Objetivo:

- Definir e caracterizar o baricentro de um triângulo.
- Conhecer propriedades das medianas e do baricentro: as três medianas dividem o triângulo em seis triângulos equivalentes; a distância do baricentro a qualquer dos vértices é $\frac{2}{3}$ da mediana respetiva; o baricentro é o centro de massa (gravidade, geométrico) de um triângulo.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos

Recursos e materiais: caderno diário, manual escolar, calculadora gráfica, ambiente de geometria dinâmica (AGD) e *internet*.

Responde às questões que se seguem. Depois, **compara** a tua resposta com as dos teus colegas.

TAREFA 1

Abre o teu manual escolar no tema “Geometria” e no teu caderno, **responde** à seguinte questão:

- O que é e como se constrói o **baricentro de um triângulo**?

TAREFA 2

Consulta o manual escolar para perceber como podes usar o GeoGebra (GGB) (<https://www.geogebra.org/geometry>) ou outro AGD (Ambiente de Geometria Dinâmica), para responder a esta e às tarefas seguintes .

1. No GGB, **desenha** um triângulo [ABC] e uma das suas medianas. Se ainda tiveres dúvidas sobre a utilização do GGB, podes usar a apliqueta disponível em <https://www.geogebra.org/m/zuumfyef>
2. **Justifica** que o triângulo [ABC] ficou dividido em dois triângulos equivalentes.
3. **Assinala** o ponto de interseção das três medianas, o baricentro do triângulo, e designa-o por G.
4. **Alterando** os vértices do triângulo, as três medianas continuam a intersektar-se num ponto?
5. Para outros tipos de triângulos, o baricentro pertence sempre ao triângulo?





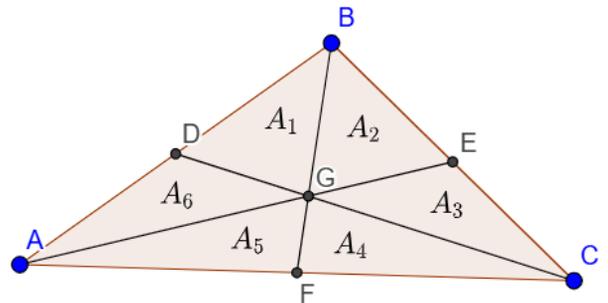
TAREFA 3

Usa a apliqueta da tarefa 2 para responderes às questões que se seguem. Se tiveres dúvidas na utilização do GGB, podes usar a apliqueta disponível em <https://www.geogebra.org/m/PMBRyWxE>



1. **Justifica** que nos seguintes pares de triângulos são sempre equivalentes:
[AFB] e [BCF];
 A_4 e A_5 .

2. **Que relação** existe entre as áreas desses seis triângulos? **Alterando os** vértices do triângulo, essa relação mantém-se?



3. Na questão 1 mostraste que $A_1 + A_5 + A_6 = A_2 + A_3 + A_4$ e $A_4 = A_5$.

Completa agora as seguintes igualdades, justificando:

$$A_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A_5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Substitui alguns destes resultados noutras equações e simplifica-as. **Mostra** que as áreas dos seis triângulos são iguais, ou seja, que estes triângulos são equivalentes.

TAREFA 4

Usa novamente a apliqueta da tarefa 2 (<https://www.geogebra.org/m/zuumfyef>) para **responderes** às questões que se seguem.



1. **Determina** as distâncias:
 - do baricentro a um dos vértices;
 - do baricentro ao ponto médio do lado oposto a esse vértice.
2. **Qual é a relação** que existe entre essas duas distâncias? **Alterando os** vértices do triângulo, essa relação mantém-se?



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

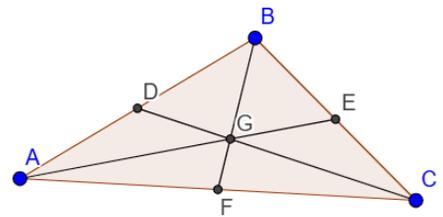
TAREFA 1

O baricentro de um triângulo é o ponto de interseção das medianas do triângulo. O baricentro também se designa por centro de massa do triângulo.

TAREFA 2

Na figura ao lado está apresentada uma possível construção.

O baricentro de um triângulo é o ponto de interseção das medianas de um triângulo. Também se designa por centro de massa do triângulo.



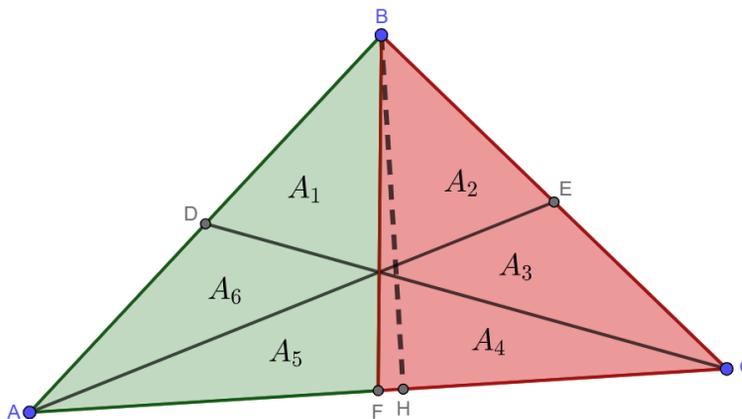
TAREFA 3

1. $[BH]$ é a altura do triângulo relativamente à base $[AC]$.

$[BH]$ é também a altura dos triângulos $[BAF]$ e $[BCF]$ relativamente às bases $[AF]$ e $[FC]$, respetivamente.

Os dois triângulos têm a mesma altura e bases com iguais comprimentos porque F é o ponto médio de $[AC]$, logo os triângulos são equivalentes.

Mostrámos assim que $A_1 + A_5 + A_6 = A_2 + A_3 + A_4$.



Para mostrar que os triângulos A_4 e A_5 são equivalentes, procedemos como anteriormente: os triângulos têm a mesma altura; F é o ponto médio da base, logo têm bases com iguais comprimentos.



PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

2. As medianas de um triângulo dividem-no em seis triângulos equivalentes.

3. Já sabemos que

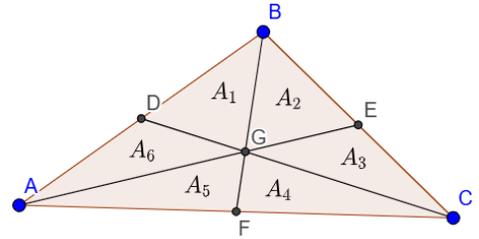
$$A_1 + A_5 + A_6 = A_2 + A_3 + A_4$$

$$A_4 = A_5$$

De modo análogo, mostra-se que

$$A_1 = A_6$$

$$A_3 = A_2$$



Mostrámos, assim, que existem três pares de triângulos equivalentes.

Recorrendo às igualdades anteriores, temos

$$A_1 + A_5 + A_6 = A_2 + A_3 + A_4 \Leftrightarrow 2A_1 + A_5 = 2A_2 + A_4 \Leftrightarrow 2A_1 + A_4 = 2A_2 + A_4 \Leftrightarrow A_1 = A_2.$$

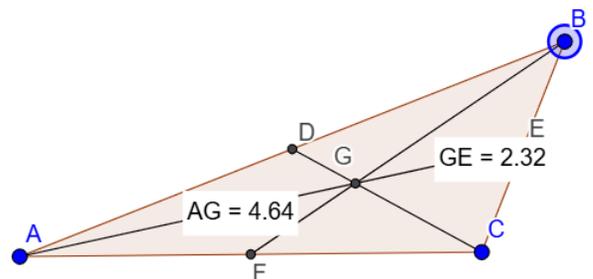
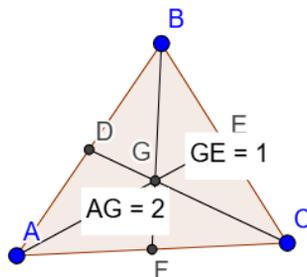
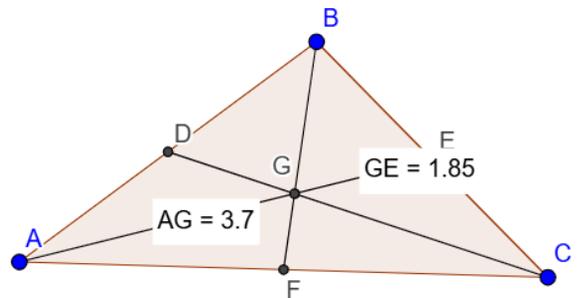
Da mesma forma, mostra-se que os seis triângulos são equivalentes.

Para veres uma demonstração completa desta propriedade, consulta o teu manual.

TAREFA 4

Como vemos na figura ao lado, Podes conjecturar que a distância do baricentro a um dos vértices parece ser o dobro da distância do baricentro ao ponto médio do lado oposto a esse vértice. Assim, a distância do baricentro a qualquer um dos vértices é $\frac{2}{3}$ da mediana respetiva

Essa relação mantém-se para outros triângulos.



Para veres uma demonstração desta propriedade, consulta o teu manual.



O QUE APRENDI?

És capaz de ...

- definir e caracterizar baricentro de um triângulo?
- mostrar e usar propriedades das medianas e do baricentro?
- mostrar que as três medianas dividem o triângulo em seis triângulos equivalentes?
- mostrar que a distância do baricentro a qualquer dos vértices é $\frac{2}{3}$ da mediana respetiva?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Geometria sintética”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Se quiseres saber mais, **podes consultar**:

Baricentro:

<https://www.atractor.pt/mat/GeometriaSTriangulo/baricentro.html>



(com demonstração) <https://www.geogebra.org/m/PMBRyWxE>



Videoaula:

[Alturas de um triângulo e ortocentro. Medianas de um triângulo e baricentro | Estudo Autónomo](#)

