

GTA | Guião de Trabalho Autónomo n.º 21

MATEMÁTICA A 10.º ANO

Tema 3: Geometria

Subtema 2: Resolução de problemas de geometria sintética no plano



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?



O QUE VOU APRENDER?



COMO VOU APRENDER?



O QUE APRENDI?



COMO POSSO COMPLEMENTAR A
APRENDIZAGEM?



PORQUÊ APRENDER SOBRE...?

Pontos notáveis de um triângulo

Vem descobrir a circunferência dos nove pontos. Resolve os exercícios proposto e pratica a tua aprendizagem num ambiente de geometria dinâmica.



O QUE VOU APRENDER?

- **Verificar a existência da circunferência dos nove pontos.**
- **Verificar a existência da reta de Euler.**



COMO VOU APRENDER?

GTA 21: Circunferência dos nove pontos

GTA 22: Reta de Euler

Tema 3: Geometria

Subtema 2: Resolução de problemas de geometria sintética no plano



GTA 21: Circunferência dos nove pontos

Objetivo:

- Verificar a existência da circunferência dos nove pontos.
- Localizar os pontos notáveis em triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e em triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos.

Modalidade de trabalho: pares ou pequenos grupos

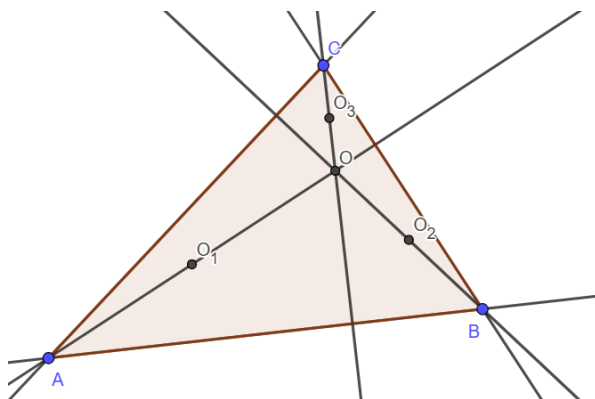
Recursos e materiais: caderno diário, manual escolar, calculadora gráfica, ambiente de geometria dinâmica (AGD) e *internet*.

Responde às questões que se seguem. Depois, **compara** a tua resposta com as dos teus colegas.

Consulta o teu manual escolar para perceber como podes usar o GeoGebra (GGB) (<https://www.geogebra.org/geometry>) ou outro AGD para responder a esta e às tarefas seguintes.

**TAREFA 1**

1. **Abre** uma folha de trabalho GeoGebra e desenha um triângulo qualquer (não retângulo).
2. **Traça** as retas que contêm cada um dos lados do triângulo.
3. **Marca** as alturas do triângulo e o ortocentro. Designa-o por O .
4. **Marca** os pontos médios dos segmentos de reta que unem o ortocentro, O , a cada um dos vértices do triângulo. Estes pontos, O_1 , O_2 e O_3 , são designados por **pontos de Euler**.





5. Usando a ferramenta  **traça** a circunferência que contém os pontos de Euler.
6. Aos pontos de interseção das alturas com as retas que contêm os lados do triângulo chama-se **pés das alturas**. **Marca-os**. O que **observas**?
7. **Marca** os pontos médios de cada um dos lados do triângulo. O que **observas**?
8. **Altera** os vértices do triângulo. O que **observas**?

Adaptada de: https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-07/mat_a_coletanea_de_tarefas_de_geometria_sintetica.pdf

TAREFA 2

Usa a apliqueta que construístes na tarefa 1 para **comentares** a seguinte afirmação: “A circunferência dos nove pontos de um triângulo equilátero é a circunferência inscrita”

TAREFA 3

Usa a apliqueta que construístes na tarefa 1.

1. **Marca** a circunferência circunscrita ao triângulo. **Designa** o circuncentro por H .
2. **Marca** o ponto médio do segmento de reta $[HO]$. **Designa-o** por M .
3. **Comenta** a seguinte afirmação: “O centro da circunferência dos nove pontos é o ponto M ”.
4. **Compara** o valor do raio da circunferência circunscrita ao triângulo com o raio da circunferência dos nove pontos. O que observas?

TAREFA 4

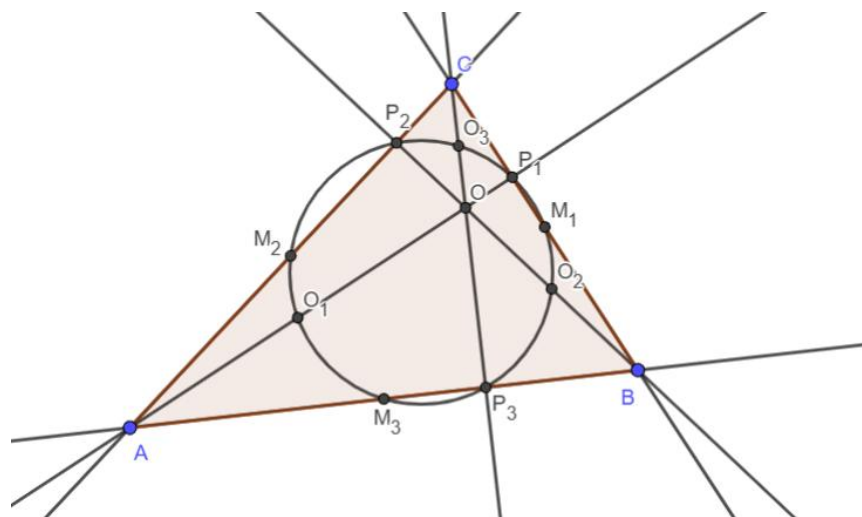
Autoavalia a tua aprendizagem **comentando** a seguinte afirmação: “O centro da circunferência dos nove pontos relativa a um triângulo nunca pode coincidir com o baricentro do triângulo”.



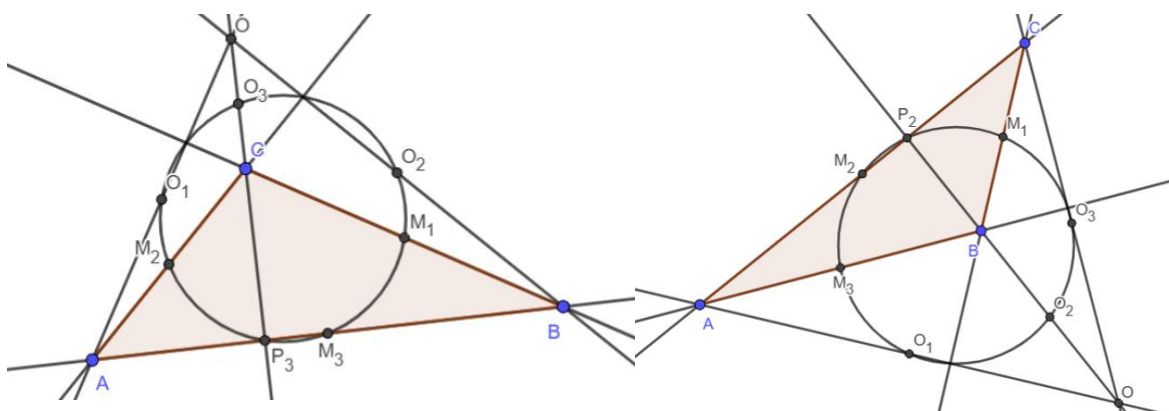
PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 1

Na figura seguinte está representada uma possível construção.



- O_1 , O_2 e O_3 são os pontos médios dos segmentos de reta que unem o ortocentro, O , a cada um dos vértices do triângulo.
- P_1 , P_2 e P_3 são os pontos de intersecção das alturas com as retas que contêm os lados do triângulo.
- M_1 , M_2 e M_3 são pontos médios dos lados do triângulo.



Observando estas construções, é possível conjecturar que, num triângulo, existe uma circunferência que passa pelos pontos médios dos seus lados, pelos pés das alturas e pelos pontos de Euler. A essa circunferência chama-se **circunferência dos nove pontos**.

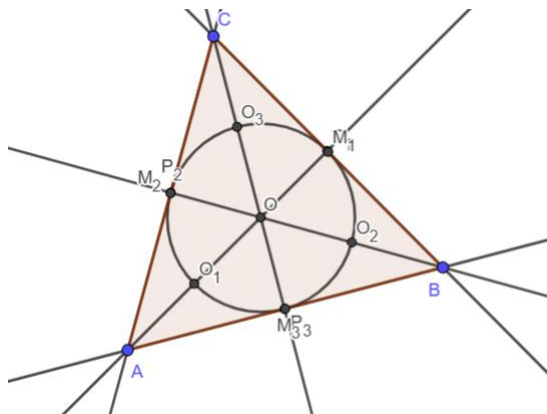


PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

TAREFA 2

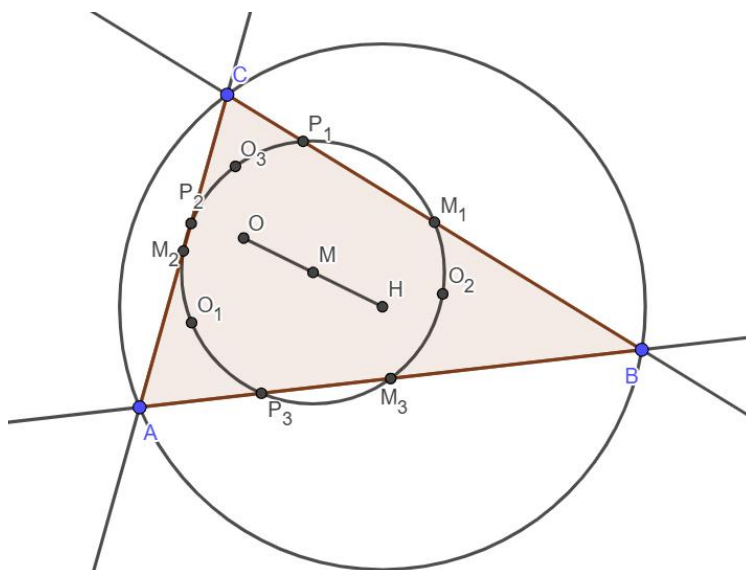
A afirmação é verdadeira.

Num triângulo equilátero, os pontos médios dos lados coincidem com os pés das alturas, pelo que os lados do triângulo são tangentes à circunferência dos nove pontos. Assim, essa circunferência é também a circunferência inscrita no triângulo.



TAREFA 3

Na figura seguinte está apresentada uma possível construção.

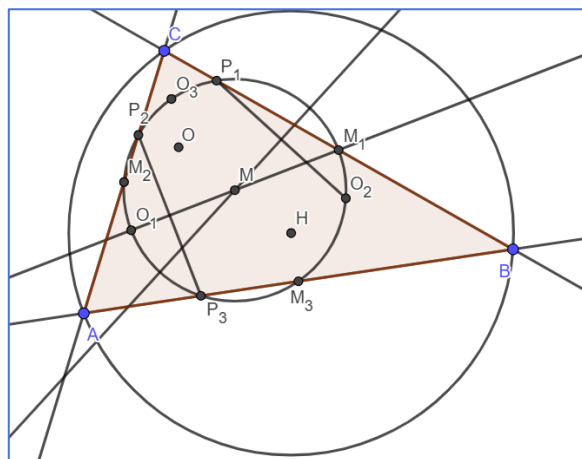




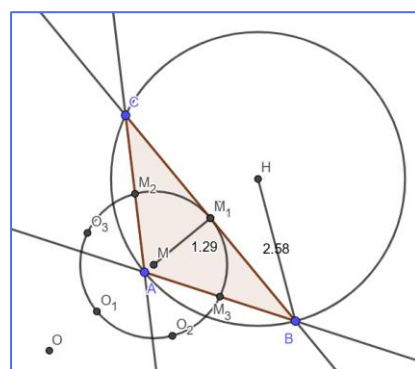
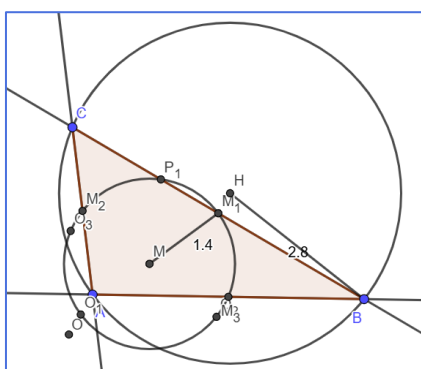
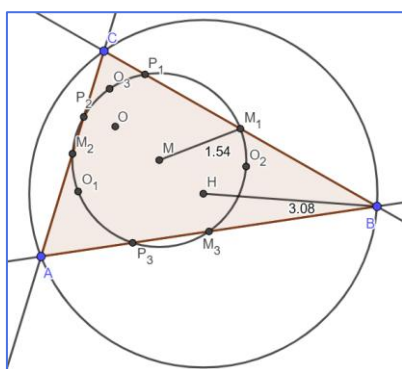
PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Traçando duas cordas não paralelas da circunferência dos nove pontos, por exemplo $[P_1O_2]$ e $[P_2P_3]$, e as respectivas Mediatrizes, obtemos o centro da circunferência, M .

O centro da circunferência dos nove pontos é o ponto M , ponto médio do segmento de reta $[HO]$, sendo H o circuncentro e O o ortocentro do triângulo.



Observando as figuras seguintes, podemos conjecturar que o raio da circunferência circunscrita é metade do raio da circunferência dos nove pontos.



TAREFA 4

A afirmação é verdadeira.

O centro da circunferência dos nove pontos é o ponto médio do segmento de reta cujos extremos são o circuncentro e o ortocentro do triângulo. O baricentro pertence a esse segmento de reta, mas a distância do ortocentro ao baricentro é o dobro da distância do baricentro ao circuncentro. Assim, o centro da circunferência dos nove pontos nunca pode coincidir com o baricentro do triângulo.



O QUE APRENDI?

És capaz de ...

- verificar a existência da circunferência dos nove pontos?
- localizar os pontos notáveis em triângulos equiláteros, isósceles e escalenos e em triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos?

Procura no teu manual escolar os exercícios resolvidos sobre o tema “Geometria sintética”. **Analisa-os** e **resolve-os** sozinho. Por fim, **compara** a tua resolução com a do manual e com as dos teus colegas.

Estuda, com um colega de turma, para consolidares a tua aprendizagem.



COMO POSSO COMPLEMENTAR A APRENDIZAGEM?

Se quiseres saber mais, **podes consultar**

Geometria Sintética do Plano:

<https://www.atractor.pt/mat/GeometriaSTriangulo/index.html>



Circunferência dos nove pontos:

<https://www.atractor.pt/mat/GeometriaSTriangulo/circ9pontos.html>

