

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 12

ANO(S) 10º e 1º F

DISCIPLINA MACS/ Matemática

| | |
|--------------------------|--|
| APRENDIZAGENS ESSENCIAIS | <ul style="list-style-type: none"> • Formular questões, organizar, representar e tratar dados recolhidos para tirar conclusões numa análise crítica e consciente dos limites do processo de matematização da situação; • Calcular Medidas de Localização e de dispersão de uma amostra, discutindo as limitações dos diferentes parâmetros estatísticos. |
|--------------------------|--|

Título/Tema do Bloco

Medidas de dispersão
Estatística
 MACS / 2.º ano de Formação

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Na Prática

Considere o seguinte conjunto de dados:

531 518 481 535 493 500 490 532 525 502 493 550

Determine a média e o desvio padrão dos dados registados.

$$\bar{x} = \frac{531 + 518 + 481 + 535 + 493 + 500 + 490 + 532 + 525 + 502 + 493 + 550}{12}$$

$$\Leftrightarrow \bar{x} = \frac{6150}{12} = 512,5$$

Secundário/
10.ºano

Calcular o desvio padrão:

- Calcular a média;
- Construir uma tabela com os quadrados dos desvios à média, de cada um dos dados;
- Calcular a Variância;
- Calcular o desvio-padrão.

| x_i | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|-------|---------------------|
| 531 | $(531 - 512,5)^2$ |
| 518 | $(518 - 512,5)^2$ |
| 481 | $(481 - 512,5)^2$ |
| 535 | $(535 - 512,5)^2$ |
| 493 | $(493 - 512,5)^2$ |
| 500 | $(500 - 512,5)^2$ |
| 490 | $(490 - 512,5)^2$ |
| 532 | $(532 - 512,5)^2$ |
| 525 | $(525 - 512,5)^2$ |
| 502 | $(502 - 512,5)^2$ |
| 493 | $(493 - 512,5)^2$ |
| 550 | $(550 - 512,5)^2$ |

Efetuada os quadrados das diferenças vem:

| x_i | $(x_i - \bar{x})^2$ |
|-------|---------------------|
| 531 | 342,25 |
| 518 | 30,25 |
| 481 | 992,25 |
| 535 | 506,25 |
| 493 | 380,25 |
| 500 | 156,25 |
| 490 | 506,25 |
| 532 | 380,25 |
| 525 | 156,25 |
| 502 | 110,25 |
| 493 | 380,25 |
| 550 | 1406,25 |

$$s^2 = \frac{342,25 + 30,25 + 992,25 + 506,25 + 380,25 + 156,25 + 506,25 + 380,25 + 156,25 + 110,25 + 380,25 + 1406,25}{11}$$

$$= \frac{5347}{11} \approx 486,09$$

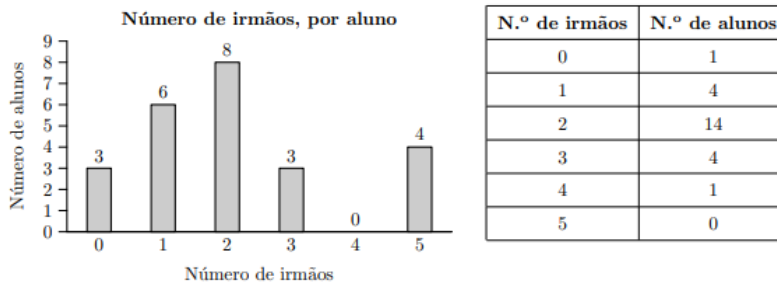
Calcular o valor do desvio-padrão, arredondado às unidades:

$$s = \sqrt{486,09} \approx 22$$

2. Desvio-Padrão em dados agrupados

Considere a figura onde:

- O gráfico apresenta informação sobre o número de irmãos dos alunos da disciplina de Francês, da turma da Maria;
- A tabela apresenta informação sobre o número de irmãos dos alunos da disciplina de francês, em outra turma da mesma escola.



Adaptado de Exame MACS 2012- 1.ª Fase

Compare as duas amostras quanto à variabilidade dos dados.

Sugestão: comece por determinar, para cada amostra, os valores da média e do desvio-padrão. A seguir faça uma interpretação dos valores encontrados.

A média de cada Amostra:

$$\bar{x}_M = \frac{0 \times 3 + 1 \times 6 + 2 \times 8 + 3 \times 3 + 4 \times 0 + 5 \times 4}{24} = 2,125, \bar{x}_M \rightarrow \text{média da turma da Maria}$$

$$\bar{x} = \frac{0 \times 1 + 1 \times 4 + 2 \times 14 + 3 \times 4 + 4 \times 1 + 5 \times 0}{24} = 2$$

Secundário
10.ºano

O desvio-padrão da Amostra:

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \times n_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \times n_2 + (x_3 - \bar{x})^2 \times n_3 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \times n_n}{n - 1}}$$

ou

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n n_i \times (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}, \text{ onde } n_i \text{ é a frequência absoluta associada a cada } x_i$$

| Turma da Maria | | | Outra Turma da escola | | |
|----------------|-------|---------------------|-----------------------|-------|---------------------|
| x_i | n_i | $(x_i - \bar{x})^2$ | x_i | n_i | $(x_i - \bar{x})^2$ |
| 0 | 3 | 4,515625 | 0 | 1 | 4 |
| 1 | 6 | 1,265625 | 1 | 4 | 1 |
| 2 | 8 | 0,015625 | 2 | 14 | 0 |
| 3 | 3 | 0,765625 | 3 | 4 | 1 |
| 4 | 0 | 3,515625 | 4 | 1 | 4 |
| 5 | 4 | 8,265625 | 5 | 0 | 9 |

Turma da Maria

$s =$

$$\sqrt{\frac{4,515625 \times 3 + 1,265625 \times 6 + 0,015625 \times 8 + 0,765625 \times 3 + 3,515625 \times 0 + 8,265625 \times 4}{23}}$$

$$\sqrt{\frac{56,625}{23}} \approx 1,569$$

Outra Turma da escola

$$s = \sqrt{\frac{4 \times 1 + 1 \times 4 + 0 \times 14 + 1 \times 4 + 4 \times 1 + 9 \times 0}{23}} = \sqrt{\frac{16}{23}} \approx 0,834$$

Interpretação de Resultados

Turma da Maria

Total de alunos: 24;

$\bar{x} = 2,125;$

$s = 1,569$

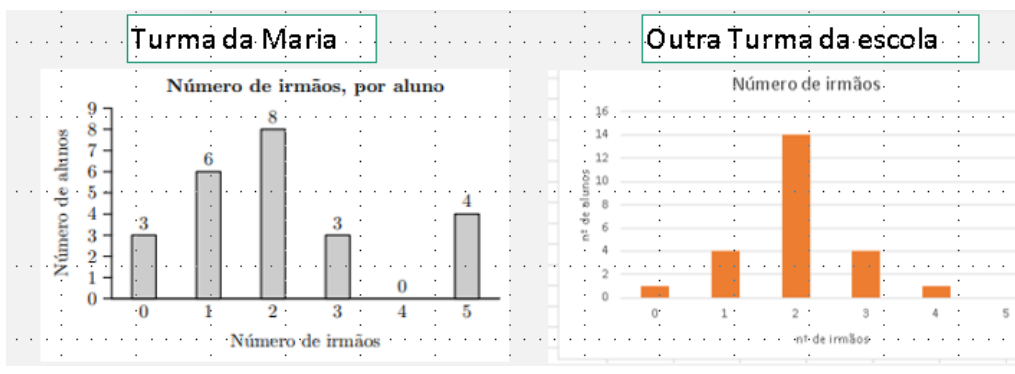
Outra Turma da escola

Total de alunos: 24;

$\bar{x} = 2;$

$s = 0,834$

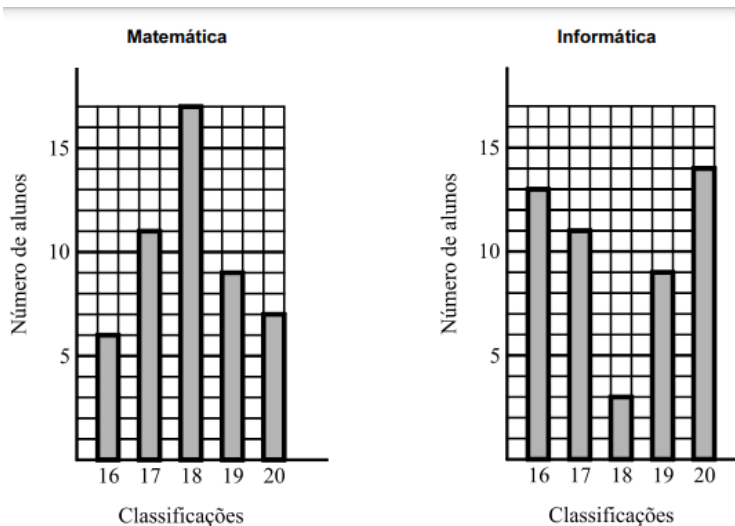
Na Turma da Maria os dados estão mais dispersos relativamente à média, porque o valor do desvio-padrão é maior do que na outra turma. Podemos afirmar que há uma maior variabilidade dos dados na turma da Maria, relativamente ao valor da média.



Na Turma da Maria os dados estão mais dispersos relativamente à média, porque o valor do desvio-padrão é maior do que na outra turma. Podemos afirmar que há uma maior variabilidade dos dados na turma da Maria, relativamente ao valor da média.

3. Tarefa

Nos gráficos seguintes encontram-se as classificações finais, superiores a 15, obtidas por 50 alunos nas disciplinas de matemática e TIC.



Secundári
10.ºano

Após cálculo de média e desvio-padrão das classificações, em cada uma das disciplinas, afirmou-se: “As médias das classificações a Matemática e a Informática são iguais, mas o mesmo não se passa com os desvios padrão”.

Comente a afirmação, calculando a média e desvio-padrão das classificações em cada uma das disciplinas.

Informática:

$$\bar{x} = \frac{16 \times 13 + 17 \times 11 + 18 \times 3 + 19 \times 9 + 20 \times 14}{50} = \frac{900}{50} = 18$$

$$s = \sqrt{\frac{(16-18)^2 \times 13 + (17-18)^2 \times 11 + (18-18)^2 \times 3 + (19-18)^2 \times 9 + (20-18)^2 \times 14}{49}} \approx 1,62$$

Matemática:

$$\bar{x} = \frac{16 \times 6 + 17 \times 11 + 18 \times 17 + 19 \times 9 + 20 \times 7}{50} = \frac{900}{50} = 18$$

$$s = \sqrt{\frac{(16-18)^2 \times 6 + (17-18)^2 \times 11 + (18-18)^2 \times 17 + (19-18)^2 \times 9 + (20-18)^2 \times 7}{49}} \approx 1,21$$

A Afirmação é verdadeira, embora as médias nas duas disciplinas sejam iguais, o desvio-padrão são diferentes sendo maior o correspondente à disciplina de TIC. Pode-se então afirmar que na disciplina de TIC as classificações estão mais afastadas da classificação média.

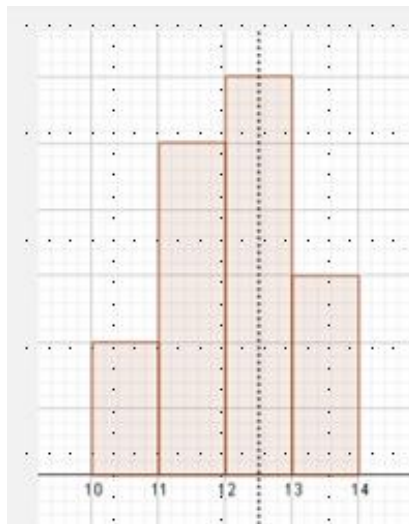
Comente a seguinte afirmação: “observando os gráficos, conclui-se logo que os desvios padrão são diferentes”.

Verifica-se que a curvatura da disciplina de Informática é mais achatada que da disciplina de matemática, assim haverá uma maior dispersão das classificações de TIC e por conseguinte um maior desvio-padrão.

4. Na Prática

Na tabela encontram-se registados os tempos obtidos, por um conjunto de atletas, numa corrida de 100 metros:

| Tempo (s) | n_i |
|-----------|-------|
| [10, 11[| 2 |
| [11, 12[| 5 |
| [12, 13[| 6 |
| [13, 14[| 3 |



Determine o valor do desvio padrão e apresente o resultado aproximado às centésimas.

Para calcular o desvio padrão:

- Calcular o ponto médio de cada classe;
- Calcular a média.

$$\bar{x} = \frac{10,5 \times 2 + 11,5 \times 5 + 12,5 \times 6 + 13,5 \times 3}{16} = \frac{194}{16} = 12,125$$

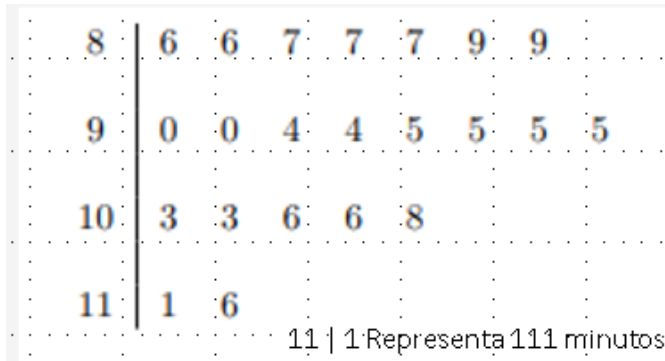
$$s = \sqrt{\frac{(10,5 - 12,125)^2 \times 2 + (11,5 - 12,125)^2 \times 5 + (12,5 - 12,125)^2 \times 6 + (13,5 - 12,125)^2 \times 3}{15}} \approx 0,96$$

Curvatura acentuada em torno da média e desvio-padrão com valor próximo de zero → Dados pouco dispersos em torno da média

Secundári
10.ºano

5. Para Praticar

Considere o diagrama em Caule e folhas que representa os registos dos tempos, em minutos, que são necessários para uma recolha seletiva de resíduos.



Calcule:

- Amplitude da Amostra;

$$\text{Amplitude da Amostra} = 116 - 86 = 30$$

Secundári
10.ºano

- Amplitude Interquartil;

A amostra tem 22 dados, a mediana vai corresponde à semissoma dos valores que se encontram nas 11.ª e 12.ª posições

$$\tilde{x} = \frac{x_{11} + x_{12}}{2} = \frac{94 + 95}{2} = 94,5$$

$$1.ºQ=89$$

$$3.ºQ=103$$

$$\text{Amplitude da Amostra} = 103 - 89 = 14$$

- Média da Amostra;

$$\bar{x} = \frac{86 \times 2 + 87 \times 3 + 89 \times 2 + 90 \times 2 + 94 \times 2 + 95 \times 4 + 103 \times 2 + 106 \times 2 + 108 + 111 + 116}{22} = 96$$

- Desvio-padrão, apresentado o valor arredondado às centésimas.

$$s =$$

$$s = \sqrt{\frac{(86 - 96)^2 \times 2 + (87 - 96)^2 \times 3 + (89 - 96)^2 \times 2 + (90 - 96)^2 \times 2 + (94 - 96)^2 \times 2 + (95 - 96)^2 \times 4 + (103 - 96)^2 \times 2 + (106 - 96)^2 \times 2 + (108 - 96)^2 + (111 - 96)^2 + (116 - 96)^2}{21}} = 8,98$$