

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 19

ANO(S) 10º e 1º F

DISCIPLINA MACS/ Matemática

APRENDIZAGENS ESSENCIAIS

- Desenvolver Competências Sociais de Intervenção;
- Compreender os diferentes sistemas de votação.

Título/Tema do Bloco

# Teoria das Eleições: Resolução de Exercícios

Teoria Matemática das Eleições  
MACS

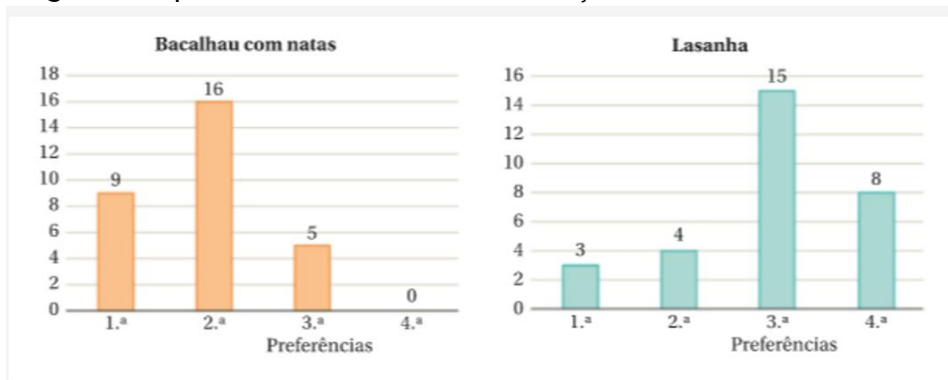
Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Que prato escolher

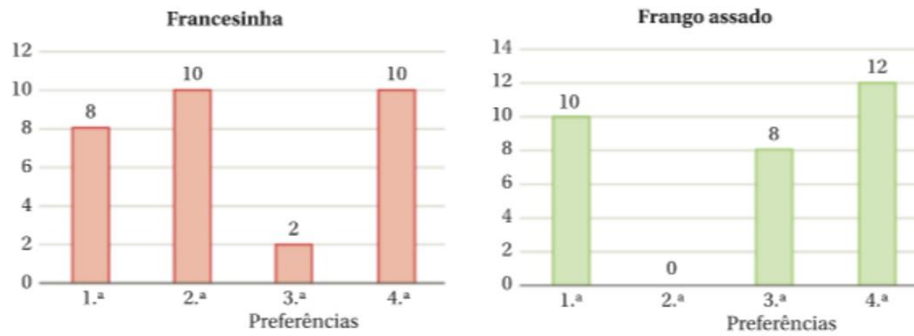
Os 30 alunos de uma turma de 10.º ano vão fazer um jantar de final de ano. Os quatro pratos possíveis para o jantar, foram sujeitos a uma votação. Cada um dos alunos indicava, para cada um dos pratos, a sua ordem de preferência.

Adaptado de MACS 10- Porto Editora

Os gráficos apresentam o resultado da votação:



Secundário/  
10.ºano



Apresente através de uma tabela de preferências a informação presentes nos gráficos:

Tabela de Preferências						
N.º De votos	2	3	8	7	2	8
Bacalhau com natas	1.ª	3.ª	2.ª	1.ª	3.ª	2.ª
Lasanha	2.ª	1.ª	3.ª	3.ª	2.ª	4.ª
Francesinha	3.ª	2.ª	4.ª	2.ª	4.ª	1.ª
Frango assado	4.ª	4.ª	1.ª	4.ª	1.ª	3.ª

Se for utilizado o método da pluralidade, qual será o prato escolhido?

Primeiras Preferências:

Bacalhau com natas → 2+7= 9votos;

Lasanha → 3 votos;

Francesinha → 8 votos;

Frango assado → 10 votos;

Pelo método da Pluralidade, o prato escolhido será o *frango assado*, porque têm o maior número de primeiras preferências. No entanto, podemos constatar que o frango assado reúne  $\frac{1}{3}$  de primeiras preferências e os restantes

$\frac{2}{3}$  são de 3.ª e 4.ª preferências.

Se for aplicado o método de Run-off simples, qual o prato a ser escolhido?

Primeiras Preferências:

Bacalhau com natas → 2+7= 9votos;

Lasanha → 3 votos;

Francesinha → 8 votos;

Frango assado → 10 votos;

Os pratos *Lasanha* e a *Francesinha* são retiradas por terem um menor número de primeiras preferências.

Tabela de Preferências						
N.º De votos	2	3	8	7	2	8
Bacalhau com natas	1. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
Frango assado	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>

Primeiras Preferências:

Bacalhau com natas →  $2+3+7+8=20$  votos;

Frango assado →  $8+2=10$  votos.

Pelo método de *Run-off* simples, o prato escolhido será o de *Bacalhau com natas*.

Se for aplicando o método de *Run-off* sequencial, qual será o prato escolhido?

Primeiras Preferências:

Bacalhau com natas →  $2+7=9$  votos;

Lasanha → 3 votos;

Francesinha → 8 votos;

Frango assado → 10 votos;

O prato de *Lasanha* é retirado por ter um menor número de primeiras preferências.

Tabela de Preferências						
N.º De votos	2	3	8	7	2	8
Bacalhau com natas	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>
Francesinha	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
Frango assado	3. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>

Primeiras Preferências:

Bacalhau com natas →  $2+7=9$  votos;

Francesinha →  $3+8=11$  votos;

Frango assado →  $8+2=10$  votos.

O prato de *Bacalhau com natas* é retirado por ter um menor número de primeiras preferências.

Tabela de Preferências						
N.º De votos	2	3	8	7	2	8
Francesinha	1. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>
Frango assado	2. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>

Primeiras Preferências:

Francesinha →  $2+3+7+8=20$  votos;

Frango assado →  $8+2=10$  votos.

Pelo método de *Run-off* sequencial o prato vencedor é Francesinha.

Resumindo:

- Método da **Pluralidade** o vencedor é Frango Assado;
- Método de **Eliminação *Run-off* simples** o vencedor é Bacalhau com Natas;
- Método de **Eliminação *Run-off* Sequencial** o vencedor é Francesinha.

Conclusão: Três métodos preferenciais com resultados diferentes.

## 2. Eleições

Numa Turma de MACS de 10.<sup>o</sup> ano realizou-se a eleição para delegado e subdelegado de Turma.

A tabela apresenta manifestação das preferências aos candidatos A, B, C, D e E:

N. <sup>o</sup> de eleitores	5	3	5	3	2	3
1. <sup>a</sup> Preferência	A	A	C	D	B	D
2. <sup>a</sup> Preferência	B	B	E	C	E	C
3. <sup>a</sup> Preferência	C	D	D	B	A	B
4. <sup>a</sup> Preferência	D	C	A	E	C	A
5. <sup>a</sup> Preferência	E	E	B	A	D	E

Quantos alunos votaram?

$$5 + 3 + 5 + 3 + 2 + 3 = 21$$

Votaram 21 alunos.

Secundário  
10.<sup>o</sup>ano

Quantos votos de primeira preferência são necessários para obter maioria absoluta?

São necessários 11 votos de primeira preferência para obter maioria absoluta.

Recorda: são necessários  $\frac{n}{2} + 1$ , ou mais de 50% dos votos para ser obtida maioria absoluta.

Qual é o candidato com mais votos de primeira preferência?

O candidato que reuniu mais primeiras preferências foi o candidato A.

Pelo método de **Run-off simples**, quem seria o subdelegado?

Primeiras Preferências:

Candidato A → 8 votos;

Candidato B → 2 votos;

Candidato C → 5 votos;

Candidato D → 6 votos.

O subdelegado seria o candidato D, visto que apresenta um maior número de primeiras preferências depois do candidato A.

### 3. Interrail

A Maria e os seus amigos, um grupo de 23 pessoas, estão a planear um interrail. Pretendem ir a Roma e decidiram que a outra cidade seria escolhida por votação. A tabela apresenta as preferências do grupo:

*Adaptado de Exame de MACS, 2020 -2.ª Fase*

Nº de eleitores	8	7	5	3
1.ª Preferência	V	F	M	N
2.ª Preferência	F	M	N	V
3.ª Preferência	N	V	F	M
4.ª Preferência	M	N	V	F

Legenda:

V → Veneza;

F → Florença;

N → Nápoles;

M → Milão.

Secundário  
10.º ano

A escolha da cidade resultou da aplicação do seguinte método:

- Efetuar a contagem de primeiras preferências, caso exista alguma cidade com maioria absoluta será vencedora;
- Caso contrário, elimina-se a cidade menos votada como primeira preferência;
- O processo repete-se até que uma das cidades obtenha a maioria absoluta na primeira preferência.

Aplicando este método indique qual será a cidade que o grupo visitará depois de Roma?

Legenda:

Veneza → 8 votos;

Florença → 7 votos;

Milão → 5 votos;

Nápoles → 3 votos.

Veneza é a cidade com mais primeiras preferências, mas não em maioria absoluta, para tal teria que reunir 12 primeiras preferências. ( $\frac{23}{2} + 1$  votos).

Vamos retirar a cidade de Nápoles, visto ser a que tem menos primeiras preferências.

Nº de eleitores	8	7	5	3
1.ª Preferência	V	F	M	
2.ª Preferência	F	M		V
3.ª Preferência		V	F	M
4.ª Preferência	M		V	F

Reorganizando a tabela de preferências:

Nº de eleitores	8	7	5	3
1.ª Preferência	V	F	M	V
2.ª Preferência	F	M	F	M
3.ª Preferência	M	V	V	F

Legenda:

Veneza → 8+3=11 votos;

Florença → 7 votos;

Milão → 5 votos;

A cidade mais votada não tem mais de 50% de primeiras preferências;

Vamos retirar a cidade de Milão, visto ser a que tem menos primeiras preferências.

Nº de eleitores	8	7	5	3
1.ª Preferência	V	F		V
2.ª Preferência	F		F	
3.ª Preferência		V	V	F

Reorganizando a tabela de preferências:

Nº de eleitores	8	7	5	3
1.ª Preferência	V	F	F	V
2.ª Preferência	F	V	V	F

Legenda:

V: Veneza → 8+3=11 votos;

F: Florença → 7+5=12 votos;

A cidade que o grupo vai visitar depois de Roma é **Florença**