

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 20		DISCIPLINA MACS/ Matemática
ANO(S)	10º e 1º F	
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desenvolver Competências Sociais de Intervenção;</li> <li>• Compreender os diferentes sistemas de votação.</li> </ul>	

Título/Tema do Bloco

## Sistemas Preferenciais: Método de Borda

Teoria Matemática das Eleições  
MACS

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Uma Visita de Estudo

Os alunos do curso profissional de técnico de Gestão do ambiente de uma escola vão fazer uma visita de Estudo.

Na tabela seguinte encontram-se as preferências dos 35 alunos da turma:

Votos	6	4	6	7	7	5
1.ª Preferência	CCV	CCV	PC	TM	PC	TM
2.ª Preferência	PC	TM	CCV	CCV	TM	PC
3.ª Preferência	TM	PC	TM	PC	CCV	CCV

Secundário/  
10.ºano

Legenda:

CCV → Centro de Ciência Viva;

PC → Pavilhão do Conhecimento;

TM → Tapada de Mafra.

Atribuir pontos de acordo com a preferência dos candidatos:

- 3 pontos para a primeira preferência;
- 2 pontos para a segunda preferência;
- 1 ponto para a terceira preferência.

Eleição com o Método de Borda.

Locais Candidatos:	Pontos atribuídos
Centro de Ciência Viva	$3 \times 6 + 3 \times 4 + 2 \times 6 + 2 \times 7 + 1 \times 7 + 1 \times 5 = 18 + 12 + 12 + 14 + 7 + 5 = 68$ pontos
Pavilhão do conhecimento	$3 \times 6 + 3 \times 7 + 2 \times 6 + 2 \times 5 + 1 \times 4 + 1 \times 7 = 18 + 21 + 12 + 10 + 4 + 7 = 72$ pontos
Tapada de Mafra	$3 \times 5 + 3 \times 7 + 2 \times 4 + 2 \times 7 + 1 \times 6 + 1 \times 6 = 15 + 21 + 8 + 14 + 6 + 6 = 70$ pontos

O destino escolhido seria o Pavilhão do Conhecimento.

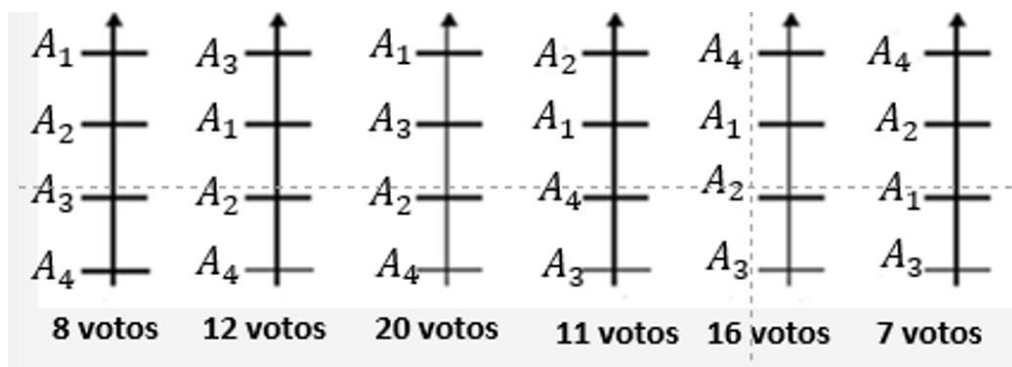
Resumindo:

- São atribuídos pontos a cada um dos candidatos, no caso de serem  $p$  candidatos, são atribuídos  $p$  pontos à primeira preferência,  $p-1$  à segunda, até 1 ponto atribuído à última preferência;

Contabiliza-se o total dos pontos, vence quem tiver um maior número de pontos.

## 2. Dados Eleitorais

Considere os seguintes resultados de uma eleição dos candidatos  $A_1, A_2, A_3$  e  $A_4$ :



Adaptado de Recursos Educativos- DGE

Determine o vencedor utilizando o método da pluralidade.

1.ª Preferência

$$A_1 \rightarrow 8+20=28 \text{ votos;}$$

$$A_2 \rightarrow 11 \text{ votos;}$$

$$A_3 \rightarrow 12 \text{ votos;}$$

$$A_4 \rightarrow 16+7= 23 \text{ votos.}$$

O vencedor será o candidato  $A_1$ , utilizando o método da pluralidade.

Qual foi a percentagem de votos que cada candidato obteve como primeira preferência?

Percentagem de votos que cada candidato obteve na 1.ª Preferência

$$A_1 \rightarrow \frac{28}{74} \times 100 = 37,8\%;$$

$$A_2 \rightarrow \frac{11}{74} \times 100 = 14,9\%;$$

$$A_3 \rightarrow \frac{12}{74} \times 100 = 16,2\%;$$

$$A_4 \rightarrow \frac{23}{74} \times 100 = 31,1\%.$$

Determine o vencedor utilizando o método de Borda.

Atribuir pontos de acordo com a preferência dos candidatos:

- 4 pontos para a primeira preferência;
- 3 pontos para a segunda preferência;
- 2 pontos para a terceira preferência;
- 1 ponto para a quarta preferência.

Construir uma tabela com as preferências de voto:

Votos	8	12	20	11	16	7
1.ª Preferência	$A_1$	$A_3$	$A_1$	$A_2$	$A_4$	$A_4$
2.ª Preferência	$A_2$	$A_1$	$A_3$	$A_1$	$A_1$	$A_2$
3.ª Preferência	$A_3$	$A_2$	$A_2$	$A_4$	$A_2$	$A_1$
4.ª Preferência	$A_4$	$A_4$	$A_4$	$A_3$	$A_3$	$A_3$

Atribuindo os pontos vem:

Candidatos:	Pontos atribuídos
$A_1$	$4 \times 8 + 4 \times 20 + 3 \times 12 + 3 \times 11 + 3 \times 16 + 2 \times 7$ $= 32 + 80 + 36 + 33 + 48 + 14 = 243$ pontos;
$A_2$	$4 \times 11 + 3 \times 8 + 3 \times 7 + 2 \times 12 + 2 \times 20 + 2 \times 16$ $= 44 + 24 + 21 + 24 + 40 + 32 = 185$ pontos;
$A_3$	$4 \times 12 + 3 \times 20 + 2 \times 8 + 1 \times 11 + 1 \times 16 + 1 \times 7$ $= 48 + 60 + 16 + 11 + 16 + 7 = 158$ pontos;
$A_4$	$4 \times 16 + 4 \times 7 + 2 \times 11 + 1 \times 8 + 1 \times 12 + 1 \times 20$ $= 64 + 28 + 22 + 8 + 12 + 20 = 154$ pontos.

O vencedor será o candidato  $A_1$ , utilizando o método de Borda

Conclusão: Utilizando métodos preferenciais diferentes obteve-se o mesmo vencedor.

### 3. Presidente de uma associação recreativa

Para escolher o Presidente de uma associação recreativa realizaram-se eleições pelo sistema preferencial, obtendo-se os seguintes resultados:

Adaptado de Manual MACS 10.º ano- Areal

Votos	130	120	100	150
1.ª Preferência	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>S</i>
2.ª Preferência	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>
3.ª Preferência	<i>S</i>	<i>S</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
4.ª Preferência	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>T</i>

Legenda:

*P* → Paulo;

*R* → Rita;

*T* → Tomé;

*S* → Sara.

Quem será o vencedor pelo método da pluralidade?

1.ª Preferência

*P* → 130 votos;

*T* → 120+100 = 220 votos;

*S* → 150 votos.

Pelo método da **Pluralidade**, o vencedor será o Tomé com maioria simples.

Para obter maioria absoluta deveria ter

$$\frac{n}{2} + 1 = \frac{130+120+100+150}{2} + 1 = \frac{500}{2} + 1 = 251 \text{ votos, com } n \text{ o número total de votos}$$

Quem será o vencedor, utilizando o método de eliminação *Run-Off* simples?

Os candidatos mais votados foram o Tomé e a Sara

Reorganizando a tabela:

Votos	130	120	100	150
1.ª Preferência	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>S</i>
2.ª Preferência	<i>T</i>	<i>S</i>	<i>S</i>	<i>T</i>

1.ª Preferência

*S* → 130+150 = 280 votos;

*T* → 120+100 = 220 votos.

Pelo método **método de eliminação Run-Off** simples o vencedor será a Sara.

Quem será o vencedor, utilizando o método de Borda

Secundário  
10.ºano

Votos	130	120	100	150
1.ª Preferência	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>T</i>	<i>S</i>
2.ª Preferência	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>	<i>R</i>
3.ª Preferência	<i>S</i>	<i>S</i>	<i>P</i>	<i>P</i>
4.ª Preferência	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>T</i>

Atribuindo pontos aos candidatos da seguinte forma:

- 4 pontos pela primeira preferência;
- 3 pontos pela segunda preferência;
- 2 pontos pela terceira preferência;
- 1 ponto pela quarta preferência.

Candidatos:	Pontos atribuídos
Paulo	$4 \times 130 + 2 \times 100 + 2 \times 150 + 1 \times 120$ $= 520 + 200 + 300 + 120 = 1140$ pontos;
Sara	$4 \times 150 + 2 \times 130 + 2 \times 120 + 1 \times 100 =$ $600 + 260 + 240 + 100 = 1200$ pontos;
Tomé	$4 \times 120 + 4 \times 100 + 1 \times 130 + 1 \times 150$ $= 480 + 400 + 130 + 150 = 1160$ pontos;
Rita	$3 \times 500 = 1500$ pontos

Pelo método de **Borda** a Rita será a vencedora, sem ter reunido uma única primeira preferência.

Pelo método de **Borda (outra contagem)**

Atribuindo pontos aos candidatos da seguinte forma:

- 6 pontos pela primeira preferência;
- 3 pontos pela segunda preferência;
- 2 pontos pela terceira preferência;
- 1 ponto pela quarta preferência.

Candidatos:	Pontos atribuídos
Paulo	$6 \times 130 + 2 \times 100 + 2 \times 150 + 1 \times 120$ $= 780 + 200 + 300 + 120 = 1400$ pontos;
Sara	$6 \times 150 + 2 \times 130 + 2 \times 120 + 1 \times 100 =$ $900 + 260 + 240 + 100 = 1500$ pontos;
Tomé	$6 \times 120 + 6 \times 100 + 1 \times 130 + 1 \times 150$ $= 720 + 600 + 130 + 150 = 1600$ pontos;
Rita	$3 \times 500 = 1500$ pontos

Pelo método de **Borda** o Tomé seria o vencedor.

Conclusão: Utilizando métodos preferenciais diferentes obteve-se vencedores diferentes.

Método de Borda:

- Aplicação de diferentes pontuações, estas devem ser definidas antes da votação, podem levar a diferentes vencedores, tal como aconteceu neste exercício.

#### 4. Quiz

No último ano do curso profissional de Técnico Turismo os alunos organizaram uma visita de estudo.

A tabela apresenta os resultados da escolha do destino, recorrendo a uma votação através do método preferencial:

Preferência \ N.º. de votos	X	15	12	7
	1. <sup>a</sup>	Bélgica	Croácia	Dinamarca
2. <sup>a</sup>	Dinamarca	Dinamarca	Croácia	Croácia
3. <sup>a</sup>	Croácia	Bélgica	Bélgica	Dinamarca

Secundário  
10.ºano

Admita que a escolha do país será feita considerando apenas a primeira preferência. Nestas condições, o segundo país mais votado foi a Bélgica. Qual será um valor possível para X?

- (A) 4       (B) 7      (C) 10      (D) 11

Proposta de Resolução:

Como se pretende que a Bélgica seja o segundo país com maior número de primeiras preferências, tem-se:

$$x + 7 < 15 \iff (15 \text{ é o maior número de primeiras preferências e está associado à Croácia})$$

$$\iff x < 15 - 7 \iff$$

$$\iff x < 8$$

Como  $x < 8$ , então poderia ser 7 ou 4. Se  $x = 4$ , a Bélgica teria 11 primeiras preferências e seria o 3.º país mais votado e não o segundo.