BLOCO N.º 44		DISCIPLINA Matemática
ANO(S)	12.º	
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS		• **Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x) = a^x$ e $f(x) = \log_a x$, com $a > 1$.** • **Conhecer e aplicar as derivadas de funções exponenciais.**

Título/Tema do Bloco:

Modelos matemáticos envolvendo funções exponenciais.

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Resolução de problemas

Secundário / 12.º ano

Um laboratório farmacêutico lançou no mercado um novo analgésico: o *AntiDor*. A concentração deste medicamento, em decigramas por litro de sangue, t horas após ser administrado a uma pessoa, é dada por:

$$C(t) = t^2 e^{-0{,}6t} \quad (t \geq 0)$$

a) Recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, mostra que, durante as primeiras três horas após a administração do *AntiDor*, houve pelo menos um instante em que a concentração do medicamento no sangue foi de 1,2 decigramas por litro de sangue.
Se utilizares a calculadora em eventuais cálculos numéricos, sempre que procederes a arredondamentos, usa três casas decimais.

b) Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, determina o valor de t para o qual é máxima a concentração de *AntiDor* no sangue de uma pessoa que o tenha tomado.
Calcula o valor dessa concentração máxima, apresentando o resultado na unidade considerada, com aproximação às décimas.

c) O mesmo laboratório realizou uma campanha de promoção deste medicamento, baseada no slogan: «***AntiDor - Ação rápida e prolongada***!».
Averigua a veracidade do slogan, tendo em conta que:

- para a maioria das dores, o *AntiDor* só produz efeito se a sua concentração for superior a 1 decigrama por litro de sangue;
- um bom analgésico deve começar a produzir efeito, no máximo, meia hora após ter sido tomado, e a sua ação deve permanecer durante pelo menos cinco horas (após ter começado a produzir efeito).

Nota: na resolução desta questão, deves utilizar as capacidades gráficas da tua calculadora apresentando o(s) gráfico(s) que tiveres tido necessidade de visualizar.

Adaptado de *Exame Nacional de 12.º ano, 2000 - Prova modelo*

2. Resolução de problemas

Numa certa região, uma doença está a afetar gravemente os coelhos que lá vivem. Em consequência dessa doença, o número de coelhos existentes nessa região está a diminuir. Admite que o número, em **milhares**, de coelhos que existem nessa região, t **semanas** após a doença ter sido detetada, é dado aproximadamente por:

$$f(t) = \frac{k}{3 - 2e^{-0,13t}} \qquad (k \in \mathbb{R}^+)$$

Resolve, **usando exclusivamente métodos analíticos**, os dois itens seguintes.
Nota: a calculadora pode ser utilizada em cálculos numéricos; sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, quatro casas decimais.

a) Supõe que $k = 10$. Ao fim de quantos dias, após a doença ter sido detetada, é que o número de coelhos existentes na referida região é igual a 9000?

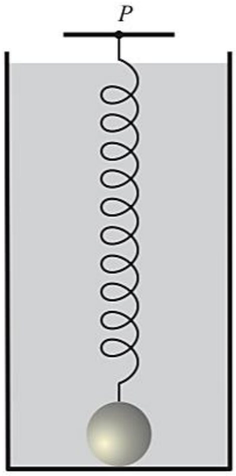
b) Admite agora que o valor de k é desconhecido.
Sabe-se que, durante a 1.ª semana após a deteção da doença, morreram 2000 coelhos e não nasceu nenhum. Determina o valor de k arredondado às décimas.

Adaptado de *Teste Intermédio de 12.º ano, 2010*

3. Resolução de problemas

Na figura, está representado um recipiente cheio de líquido viscoso.
Dentro do recipiente, presa à sua base, encontra-se uma esfera. Essa esfera está ligada a um ponto P por uma mola esticada.
Num certo instante, a esfera é desprendida da base do recipiente e inicia um movimento vertical. Admite que, t segundos após esse instante, a distância, em centímetros, do centro da esfera ao ponto P é dada por:

$$d(t) = 10 + (5 - t)e^{-0,05t} \qquad (t \geq 0)$$



a) Sabe-se que a distância do ponto P à base do recipiente é 16 cm. Determina o volume da esfera.
Apresenta o resultado em cm^3, arredondado às centésimas.

b) Determina o instante em que a distância do centro da esfera ao ponto P é mínima, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Adaptado de *Exame Nacional de 12.º ano, 2015 – 1.ª Fase*