

#ESTUDOEMCASA

BLOCO N.º 51		DISCIPLINA Matemática
ANO(S)	12.º	
APRENDIZAGENS ESSENCIAIS	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente. • Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas. 	

Título/Tema do Bloco:

Resolução de problemas envolvendo as derivadas de funções trigonométricas.

Tarefas/ Atividades/ Desafios

1. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = 3\text{sen}^2(x)$$

Qual das expressões seguintes define a função f'' , segunda derivada de f ?

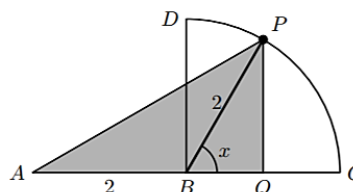
- (A) $6\text{sen}(2x) \cos(x)$ (B) $6\text{sen}(x) \cos(2x)$
 (C) $6 \cos(2x)$ (D) $6\text{sen}(2x)$

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 2015, 2.ª Fase

Secundário
12.º ano

2. Relativamente à figura sabe-se que:

- o segmento de reta $[AC]$ tem comprimento 4;
- o ponto B é o ponto médio de $[AC]$;
- o segmento de reta $[BD]$ é perpendicular a $[AC]$;
- o arco de circunferência CD tem centro em B .



Admite que um ponto P se desloca ao longo do arco CD , nunca coincidindo com C nem com D , e que um ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta $[BC]$ de tal forma que $[PQ]$ é sempre perpendicular a $[BC]$.

Para cada posição do ponto P , seja x a amplitude, em radianos, do ângulo CBP e seja $A(x)$ a área do triângulo $[APQ]$.

Resolve os dois itens seguintes, recorrendo a **métodos exclusivamente analíticos**.

a) Mostra que:

$$A(x) = 2\text{sen}x + \text{sen}(2x), \quad x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$$

b) Mostra que existe um valor de x para o qual a área do triângulo $[APQ]$ é máxima.

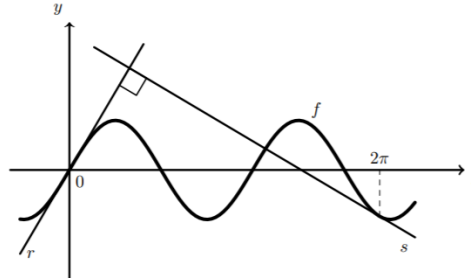
Adaptado de Teste Intermédio de 12.º ano - 2012

3. No referencial cartesiano está parte da representação gráfica da função f , definida por:

$$f(x) = \text{sen}(ax), a \in \mathbb{R}$$

Sabe-se ainda que:

- a reta r é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 0;
- a reta s é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 2π .



Recorre à calculadora para determinar

graficamente a solução da equação que te permite resolver o seguinte problema:

Sabendo que as retas r e s são perpendiculares e que $a \in \left[\frac{3}{2}, 2\right]$, qual é o valor de a ?

Apresenta todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o(s) gráfico(s) obtido(s), bem como as coordenadas dos pontos relevantes.

Apresenta o valor pedido arredondado às décimas.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 2004, Época especial

4. De uma função f , de domínio $[-\pi, \pi]$, sabe-se que a sua derivada f' está definida igualmente no intervalo $[-\pi, \pi]$ e é dada por:

$$f'(x) = x + 2 \cos x$$

Utilizando **métodos exclusivamente analíticos**, resolve as duas alíneas seguintes:

- a) Determina o valor de:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$$

- b) Estuda a função f quanto às concavidades do seu gráfico e determina as abcissas dos pontos de inflexão.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 2007, 2.ª Fase

5. Considera a função g definida, no intervalo $]1, 7[$, por:

$$g(x) = \frac{\text{sen } x + \ln x}{x}$$

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, resolve o seguinte problema:

Seja g' a função derivada de g . O conjunto solução da inequação $g'(x) < 0$ é um intervalo aberto $]a, b[$. Determina os valores de a e de b .

Apresenta os resultados arredondados às centésimas.

Justifica a tua resposta.

Adaptado de Exame Nacional de 12.º ano - 2007, 2.ª Fase